

## 结构动力优化设计发展综述

大连工学院工程力学研究所 林家浩

结构动力优化设计既是结构力学的一个新兴分支，也是结构优化设计理论的一个重要组成部分。长期以来，工程师、设计师都在探索如何改善自己的产品的动力性能。他们想更好地控制发电机的临界转速分布，想使造出的楼房有更好的抗震性能且造价合理，要让飞机、船舶产生的振动对人和仪器造成危害降至最低限度，等等。但由于数学及分析手段的限制，却只能凭直觉的经验设想出若干种方案，通过计算分析而挑出较好的一种。这种原始的试探方法带有较大的盲目性，往往花了很大力气而取得的设计离“最优”仍有很大距离。“结构动力优化设计”这一领域，就是要发展一套比较科学、严格而实用的数学方法，找到最优设计。在这一领域获得比较一致公认的第一篇文章是Niordson<sup>[2]</sup>在1965年发表的，是用解析方法，通过渐近分析求解简支梁的最佳断面分布使其基频最大。自此之后十几年来又有了很多研究成果，而且在某些生产部门（主要是航空航天部门）获得了实际应用。但总的说来，这个领域还十分年轻，还有许多理论与实际问题有待研究解决。下面仅就作者有限的视野所及，将该领域内一些主要方面的发展情况作一概述。

### 1. 分布参数结构优化

文献[2]讨论的简支梁基频最大化问题，是分布参数结构优化方面奠基性的工作。设简支梁的跨度  $l$ ，杨氏模量  $E$ ，体密度  $\rho$ ，体积  $V$ ，及截面形状均已给定，并要求截面惯性矩  $J(x)$ 与截面积间满足下列关系

$$J = C A^2 \quad (1.1)$$

$C$  是指定的常数。优化的目的是确定面积的分布规律  $A(X)$ ，使梁的基频为最大。从变断面梁的自由振动方程出发，

$$\frac{d^2}{dx^2} \left( ECA^2 \frac{d^2 W}{dx^2} \right) - \omega^2 \rho A W = 0 \quad (1.2)$$

$A(X)$  的选择应使  $\omega^2$  达最大，即

$$\omega^2 = \int_0^l ECA^2 \left( \frac{d^2 W}{dx^2} \right)^2 dx / \int_0^l \rho A W^2 dx = \max \quad (1.3)$$

还应满足体积固定的约束条件，即

$$\int_0^l A dx = V \quad (1.4)$$

为应用拉氏乘子法，构造拉氏增广泛函

$$L(X) = \frac{\int_0^l ECA^2 \left( \frac{d^2 W}{dx^2} \right)^2 dx}{\int_0^l \rho A W^2 dx} + \mu (V - \int_0^l Adx) \quad (1.5)$$

$L(X)$  对  $A(X)$  的一阶变分为 0, 产生

$$2ECA \left( \frac{d^2 W}{dx^2} \right)^2 - \omega^2 \rho W^2 - \mu \int_0^l \rho A W^2 dx = 0 \quad (1.6)$$

以上方程组的直接求解十分困难, 但 [2] 构造了一个求数值渐近解的迭代格式, 经过颇为繁琐的计算而得到  $A(X)$  的最佳分布, 这是一个中间粗, 两端渐细, 略似纺锤形的梁。梁在支座处的截面积竟为 0 ( 相应地, 曲率为  $\infty$  ), 事实上, 这早已超越了贝努利-欧拉梁的直法线假定的适用范围。在梁两端出现这种奇异性, 是由于优化问题的提法不够合理所致。要消除这种奇异性, 可再对梁施加“最小断面积”约束, 或最大曲率约束。

在上述简支梁的优化问题中, 由最优化带来的好处不大。与同体积的均匀截面梁相比, 基频仅提高 6.6%。这是因为, 为了提高基频, 应增加梁中部的刚度, 但这同时也增加了梁中部的质量, 使频率下降。但对悬臂梁进行基频最大化时, 情况正相反, 根部变粗不仅使一阶振动的刚度增加, 亦使有效质量减小。通过优化, 基频(比等直梁)增加 5.78 倍。

铁木辛柯梁的频率优化亦得到了研究 [3,6]。文 [6] 对于给定截面下界的简支铁木辛柯梁在频率优化中的一些奇异性, 定性地作了细致的探讨。由于截面转动惯量必须考虑, 所以, 如果对截面尺寸上界不加限制, 则可在跨中加上一个无限细长的“翼”, 其转动惯量极大, 但质量接近于 0。这时可使梁的最低阶反对称频率趋近于 0, 但最低阶对称频率保持不变。基于这一特性, 可得到下列推论: 如果按指定基频约束而设计出一个最小重量简支铁木辛柯梁, 其最低阶反对称频率为  $\omega_2^*$ ; 对原问题再施加“最低阶反对称频率为  $\bar{\omega}_2$ ”这一约束, 并且  $\bar{\omega}_2 < \omega_2^*$ , 则可以对原问题的优化设计用上述加“翼”的办法使  $\omega_2^*$  降至  $\bar{\omega}_2$ , 而不需增加梁的重量。事实上, 这种无限细长而又绝对刚硬的“翼”是无法制造的。但这表明了一个事实, 如果忽视了力学假定的适用范围, 对优化问题的约束条件提得不够全面, 则有可能从数学上求出一个不能实用的奇异解。对分布参数结构进行优化, 因求解偏微分方程困难, 至今仍只能就一些简单的构件进行研究, 而且得到的“最优形状”(尤其当存在奇异解时)往往是工程师难于直接采用的。但这些基本研究, 有助于深入了解结构动力优化领域中一些重要的本质, 为这一领域的深入发展奠定更坚实的基础, 所以仍然有其重要价值。从当前的发展趋势看, 主要的注意力及大部分的文章, 是结合有限元方法对离散化结构进行优化, 因为这可以更直接地应用于工程, 发挥经济效益。关于离散化结构的动力优化, 论文集 [7] 收入了一些有代表性的文章。本文后几节中将专门讨论此类问题。

## 2. 准则设计法

准则设计法是工程优化设计中十分重要的实用方法。在静力优化中, 早已出现诸如“同步失效准则设计”, “满应力准则设计”等方法。1968 年前后, Venkayya 等 [8,9] 提出了离散化结构优化的一系列准则。其中, 关于受固有频率约束的具有线性刚度阵和质量阵结构的优化准则表述为: 当结构按某一固有振型振动时, 如果它所有元件的应变能密度和动能密度之差, 与其质量密度的比值为一常数, 则此结构就有在这阶固有振型下的最小重量。这一准

则最初是通过物理概念的推理而提出的<sup>[8]</sup>，以后又从数学上推导出来，使直觉的准则进步为理性的准则，其法大致如下<sup>[9]</sup>：

寻找设计变量  $A_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )，使结构重量  $W$  尽量轻，且某阶固有频率  $\omega$  等于  $\omega^*$ （指定值）。这在数学上表达为：使

$$W = \sum_i \bar{W}_i A_i = \min \quad (2.1)$$

满足约束条件

$$\{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} - \omega^{*2} \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{M}] \{\mathbf{u}\} = 0 \quad (2.2)$$

$\bar{W}_i$  是设  $A_i = 1$ ，其它设计变量为 0 时的结构重量。 $\{\mathbf{u}\}$  是与  $\omega$  相应的振型。现构造拉氏增广泛函

$$W^* = \sum_i \bar{W}_i A_i + \lambda (\{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} - \omega^{*2} \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{M}] \{\mathbf{u}\}) \quad (2.3)$$

使  $W^*$  对  $A_i$  的一阶变分为 0，并利用下列关系：

$$[\mathbf{K}] \{\mathbf{u}\} = \omega^{*2} [\mathbf{M}] \{\mathbf{u}\} \quad (2.4)$$

易导得下列优化设计的必要条件：

$$\bar{W}_i - \lambda (\{\mathbf{u}\}^T \frac{\partial [\mathbf{K}]}{\partial A_i} \{\mathbf{u}\} - \omega^{*2} \{\mathbf{u}\}^T \frac{\partial [\mathbf{M}]}{\partial A_i} \{\mathbf{u}\}) = 0 \quad (2.5)$$

对线性刚度阵和质量阵而言， $[\mathbf{K}]$  及  $[\mathbf{M}]$  可表为  $[\mathbf{K}] = \sum_i [\mathbf{K}]_i$ ， $[\mathbf{M}] = \sum_i [\mathbf{M}]_i$ 。 $[\mathbf{K}]_i$  及  $[\mathbf{M}]_i$  均与  $A_i$  成线性关系。于是 (2.5) 可表示为

$$\frac{\{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{K}]_i \{\mathbf{u}\} - \omega^{*2} \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{M}]_i \{\mathbf{u}\}}{\bar{W}_i A_i} = \frac{1}{\lambda} = \text{常数} \quad (2.6)$$

由上述优化准则两边乘以  $\lambda A_i^2$  后再开平方，就得到下列迭代格式：

$$A_i^{(v+1)} = \sqrt{\lambda} \sqrt{\frac{(\{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{K}]_i \{\mathbf{u}\} - \omega^{*2} \{\mathbf{u}\}^T [\mathbf{M}]_i \{\mathbf{u}\})^2}{\bar{W}_i}} \quad (2.7)$$

$v$  是迭代次数；比例因子  $\lambda$  需按不同问题由经验给出， $\lambda$  合适才能收敛得较好。

上述迭代格式只能应用于有线性刚度阵及质量阵的结构（如由桁条，薄膜等组成的结构），并在机翼设计中获得了一定的应用。但收敛不太稳定，通常以“结构重量不再下降”作为停止迭代的条件，事实上并未“收敛于最优解”，而只是改进了原来的设计。

其实第一个应用拉氏乘子法导出优化准则 (2.6) 的是 Zarghami<sup>[16]</sup> (1968 年)。不过他并没有应用这一准则进一步建立设计算法，而是用梯度投影法求解了平面桁架的基频最大化问题。Robin<sup>[10]</sup> 以此文为基础于 1969 年建立了不同于 (2.7) 的设计迭代公式，并给出四个数例，收敛性都不太好。Venkayya 等亦曾推广上述准则以处理受冲击荷载作用的结构<sup>[11]</sup>。但做法不够严格，也没有考虑阻尼因素对动力响应的影响。其效果似并没有得到公认。

Kiusalaas 从 1972 年开始，应用一个缩减迭代步长的因子  $\alpha$ ，通过库塔克条件对一系列的

结构优化问题建立了迭代格式。在1978年关于动力优化的文章中<sup>[12]</sup>，允许刚度阵元素可以含有设计变量的三次方项（质量阵仍为线性），且允许若干阶自振频率高于各自的指定下界。但该文提供的例题仍只限于线性刚度阵结构，且只对前二阶频率施加了约束。应该指出，当存在多于一个频率约束时，这一方法在多数情况下收敛性是不好的。文献[14]在处理“频率禁区”的结构最小重量设计时，除沿用因子 $\alpha$ 外，还引入一个“频率阻尼因子” $\beta$ ，仍借助库塔克条件构造出 $\alpha$ - $\beta$ 双因子迭代格式，显著地改善了迭代收敛性能，而且结构的刚度阵、质量阵元素可以含有设计变量的任意高次方项。文献[15]又用这一方法处理了桁架、框架类结构，以截面尺寸与节点坐标同时作为设计变量的受“频率禁区”约束优化设计。收敛相当迅速稳定。这一算法的主要思想是：求设计变量向量  $\mathbf{A}$ ，使结构重量

$$W(\mathbf{A}) = \min \quad (2.8)$$

约束条件为

$$\left. \begin{array}{l} \omega_i \leq \underline{\omega}, \quad \omega_j \geq \bar{\omega} \\ A_n \geq A_n^{(1)}, \quad A_n \leq A_n^{(u)} \\ [K]\mathbf{u} = \omega^2[M]\mathbf{u} \\ n = 1, 2, \dots, BM; \quad j = i + 1 \end{array} \right\} \quad (2.9)$$

$(\underline{\omega}, \bar{\omega})$  是频率禁区， $A_n^{(1)}$  与  $A_n^{(u)}$  是设计变量  $A_n$  的下界与上界， $BM$  是设计变量总数。可以导出最佳设计  $\mathbf{A}$  的必要条件

$$\frac{\partial W(\mathbf{A})}{\partial A_n} + \mu_1 \frac{\partial \omega_i^2}{\partial A_n} - \mu_2 \frac{\partial \bar{\omega}_j^2}{\partial A_n} \left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ 当 } A_n^{(1)} < A_n < A_n^{(u)} \text{ 时} \\ \geq 0, \text{ 当 } A_n = A_n^{(1)} \text{ 时} \\ \leq 0, \text{ 当 } A_n = A_n^{(u)} \text{ 时} \end{array} \right. \quad (2.10)$$

$$\left. \begin{array}{l} \mu_1 \left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ 当 } \omega_i^2 < \underline{\omega}^2 \text{ 时} \\ > 0, \text{ 当 } \omega_i^2 = \underline{\omega}^2 \text{ 时} \end{array} \right. \\ \mu_2 \left\{ \begin{array}{l} = 0, \text{ 当 } \omega_j^2 > \bar{\omega}^2 \text{ 时} \\ > 0, \text{ 当 } \omega_j^2 = \bar{\omega}^2 \text{ 时} \end{array} \right. \end{array} \right\} \quad (2.11)$$

用  $(1 - \alpha) A_n$  去乘 (2.10) 两边，整理后得到

$$\left. \begin{array}{l} A_n = f_n A_n, \quad \text{当 } A_n^{(1)} < f_n A_n < A_n^{(u)} \text{ 时} \\ A_n \geq f_n A_n, \quad \text{当 } f_n A_n \leq A_n^{(1)} \text{ 时} \\ A_n \leq f_n A_n, \quad \text{当 } f_n A_n \geq A_n^{(u)} \text{ 时} \end{array} \right\} \quad (2.12)$$

其中

$$f_n = \alpha + \frac{1 - \alpha}{\partial W(\mathbf{A}) / \partial A_n} \left\{ -\mu_1 \frac{\partial \omega_i^2}{\partial A_n} + \mu_2 \frac{\partial \bar{\omega}_j^2}{\partial A_n} \right\} \quad (2.13)$$

由 (2.12) 可建立设计变量迭代式如下：

$$\left. \begin{array}{l} A_n' = f_n A_n, \quad \text{当 } A_n^{(1)} < f_n A_n < A_n^{(u)} \text{ 时} \\ A_n' = A_n^{(1)}, \quad \text{当 } f_n A_n \leq A_n^{(1)} \text{ 时} \\ A_n' = A_n^{(u)}, \quad \text{当 } f_n A_n \geq A_n^{(u)} \text{ 时} \end{array} \right\} \quad (2.14)$$

$A_n$  和  $A_n'$  是迭代前后的设计变量； $f_n$  是修改因子，它不仅依赖于拉氏乘子  $\mu_1$  和  $\mu_2$ ，也依赖于由用户指定的参数  $\alpha$  ( $0 < \alpha < 1$ )，当  $\alpha$  增大时修改幅度减小，故  $\alpha$  可看作是一“几何阻尼因

子”。计算经验表明，通常取 $0.7 \leq \alpha \leq 0.9$ 效果较好。 $\mu_1$ 和 $\mu_2$ 是按频率约束确定的。假定 $\omega_n$ 和 $\bar{\omega}_n$ 都违背频率约束，则为了将它们“拉”到约束边界上，频率修改量为

$$\Delta\omega_i^2 = \underline{\omega}^2 - \omega_i^2, \quad \Delta\bar{\omega}_i^2 = \bar{\omega}^2 - \bar{\omega}_i^2 \quad (2.15)$$

这些修改量是由所有设计变量的改变来提供的。如取泰勒展开的一级近似，可得

$$\left. \begin{aligned} \Delta\omega_i^2 &= \sum_n \frac{\partial\omega_i^2}{\partial A_n} (A'_n - A_n) \\ \Delta\bar{\omega}_i^2 &= \sum_n \frac{\partial\bar{\omega}_i^2}{\partial A_n} (A'_n - A_n) \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

偏导数 $\partial\omega_p^2/\partial A_n (p = i, j)$ 可用频率梯度公式计算：

$$\frac{\partial\omega_p^2}{\partial A_n} = \mathbf{u}^T \frac{\partial[K]}{\partial A_n} \mathbf{u} - \omega_p^2 \mathbf{u}^T \frac{\partial[M]}{\partial A_n} \mathbf{u} \quad (2.17)$$

一级泰勒展开对多数问题是不够精确的，常造成频率量的过度修改以至在频率约束面两侧不稳定地振荡。故[14,15]取频率修改量为

$$\Delta\omega_i^2 = \beta(\underline{\omega}^2 - \omega_i^2), \quad \Delta\bar{\omega}_i^2 = \beta(\bar{\omega}^2 - \bar{\omega}_i^2) \quad (2.18)$$

通常取 $0.4 \leq \beta \leq 0.6$ 。按此对频率修改量作折减之后，关切频率 $\omega_i$ 和 $\bar{\omega}_i$ 将以较小的步子，稳定而大体单调地趋近频率约束面。因此称 $\beta$ 为“频率阻尼因子”。

文献[12,15]还表明，当频率约束被严重违反时，采用“频率修改步”可能是有利的。这就是说，先不考虑减轻结构重量的要求，而单纯应用(2.17)将 $\omega_i$ 与 $\bar{\omega}_i$ 先“拉”到约束面附近，然后再执行 $\alpha-\beta$ 迭代。这往往可以用较少的重分析次数而得到最优解。

准则设计法的优点是方法比较简便，需要重分析次数少，可以做到通过5—10次结构重分析而得到最优解。但在建立迭代格式的过程中，引入了一些人为的判断和假定，因此在数学上显得不够严密，也不能保证算法的绝对有效，尤其当频率约束数量较多时。此外，在按(2.14)的第一式对主动设计变量作修改时，很可能有一些 $A'_n$ 越过了几何约束面而进入不可行域。那么按准则设计法的一般做法，就应把“出界”的那些变量强制拉回到边界上，并做为被动变量重新计算 $A'_n$ ，这时 $\mu_1, \mu_2$ 的符号还可能发生变化（即频率约束的有效/无效性有改变）。这就产生了“内层迭代”的问题，一直要迭代到相邻两次试算中，所有设计变量的主动/被动区分相同，且 $\mu_1$ 与 $\mu_2$ 的正负号亦一致，才认为这样的修改是妥当的。这就是所谓试算修正(trial and error)步骤。诚然，当存在大量设计变量及较多约束条件时，这一步骤所需的计算量也是很大的。这被认为是准则法的一个大缺点。但是，在用 $\alpha-\beta$ 算法对有频率禁区约束或整体失稳临界力约束的结构施行优化的研究过程中发现，试算修正步骤并不总是必需的。当主动设计变量被修改出了界，就简单地将它取为边界值，并在下一次迭代中看作被动变量就可以了。这一来，频率修改增量被强制削减了一部分，造成“频率修正量不足”的后果。但这相当于取了一个较小的 $\beta$ 值，是不影响收敛的。约束的有效/无效也可按结构分析得到的 $\omega_i$ 、 $\bar{\omega}_i$ 值用(2.11)直接判断。在多数情况下，不作试算修正似可收敛得更为稳定。

### 3. 数学规划法

准则设计法因收敛速度快，所要求重分析的次数一般与问题的规模大小、设计变量的个

数无关，所以颇受工程界欢迎。数学规划法虽发展历史较久，且分支多，适用面广，在数学上亦较严谨，但由于它收敛较慢，特别是当设计变量增加时，所需重分析次数会急剧增多。因此，直到70年代中期，对其应用仍很有限。

将有限单元法与非线性数学规划结合起来处理结构动力优化问题的第一篇文章，是Zarghamee<sup>[16]</sup>于1968年首先提出的。该文以频率梯度公式为基础，应用梯度投影法处理了给定重量结构的基频最大化问题。Fox和Kapoor<sup>[17]</sup>于1969年对不但受自振频率约束和截面积上下界约束，还受由冲击荷载引起的动位移、动应力约束的平面桁架作最小重量优化，用可行方向法求解，对一个七杆平面桁架约作40次重分析而达到大体收敛。因未考虑阻尼对动力响应的影响，在响应量计算中还做了另外一些粗略的近似，这样求得的最优解似意义较小。

Cassis与Schmit<sup>[18]</sup>于1974年应用数学规划法处理了受半正弦冲击荷载作用的平面正交钢框架的最小重量设计。除固有频率和设计变量上下界约束外，还可同时施加最大动位移和动应力限制；亦未考虑阻尼因素。该文的工作比较细，采用了一些有效措施：1)用设计变量连接的方法(若干单元共用一设计变量)，尽量减少独立设计变量数目；2)将时域也作了离散化，并在迭代过程中逐渐加细网格，由此造成计算机存储紧张，则以临时删除次要约束来应付；3)采用泰勒展开一级近似，而将动力响应约束用设计变量的显式来表示，由此引起的误差则采用“运动极限”来限制，即对设计变量的变动范围临时限制在一级泰勒展开的精度所基本允许的范围。该文指出，在动力优化问题中，可行域一般是不连续的；从而该文采用外罚函数法进行优化。理由是，外罚函数法在整个设计空间（包括非可行域）内均有定义；也不要求初始设计是可行的（在可行域/不可行域交错的空间找一初始可行设计有时不容易）；该法产生一个从不可行域趋向可行域边界的序列无约束极小化(SUMT)过程，而这一过程已研究得比较成熟。该文还建议将约束面向可行域内适当移动一点，以便在执行序列SUMT的过程中可以获得较多的可行解。文章给出四个数字例，最多者含有14个独立设计变量，约经20次重分析而获得显著改善的设计；但未给出迭代收敛的过程，故无法确切评价其收敛程度。

一般说来，准则设计法较多地应用力学概念、工程直觉来建立优化准则和组织优化计算过程。但它在发展过程中也逐渐吸取了更严格的数学工具（如拉氏乘子法和库塔克条件），使之基础更坚实，应用上也更灵活可靠。而数学规划法则是用规划论作工具，去直接求解一个从力学现象抽象出来的数学命题。它具有适应性强，可靠性高等优点；但收敛较慢，故长期以来工程应用不多。70年代中期以后，规划法吸取了准则法能合理利用力学特性的优点，大大改进了收敛性。例如用变量连续手段减少独立设计变量数目；对深度无效的约束予以暂时剔除；以减少拉格朗日乘子数；将隐式约束用显式约束来近似，等等。在情况适宜时还采用倒数设计变量以提高约束条件的线性程度，或采用各种对偶规划手段提高计算效率。从目前来看，规划法与准则法的效率已经接近甚至不相上下了，这至少在静力优化上已有了不少例证，例如DDDU程序<sup>[19]</sup>及ACCESS程序<sup>[20]</sup>。在动力优化上，文[21]对由10个三角形板单元组成的悬臂板，考虑了板端静位移约束及头三阶频率的下界约束，有5个独立设计变量，约经5次重分析而收敛。但该文未提供数例以表明有大量设计变量的结构也会收敛得这样快。文献[22,23]介绍了用序列二次规划处理直升飞机旋翼重量最小化的进展。取频率禁区和断面积的

上下限为约束条件，其数学要求与(2.8)、(2.9)相似；但频率禁区约束可有多个，并取了断面积 $A$ 的倒数 $x$ 作设计变量，因此目标函数是非线性的，可逐次在 $x$ 的近似解附近用泰勒级数展开成 $\Delta x$ 的二次函数，而频率禁区约束则按一级泰勒近似化成 $\Delta x$ 的线性显式表示。这就将原问题化成一个序列二次规划问题。对于划分成10个独立设计变量的旋翼，经过7次迭代就收敛到最优解。序列二次规划可以看作是规划法和准则法的结合，这种算法在数学上已很成熟，且可比序列线性规划更真实地近似非线性的原问题，已显示出是很有希望的一种算法。

还有一些算法不属于常见的准则法和规划法之列。例如鹫津久一郎<sup>[24]</sup>在处理有二个轴向固有频率约束的直杆最小重量设计时，将动力方程（广义特征值问题）及优化方程（库塔克条件）都按差分格式离散化，产生的非线性方程组则用牛顿-芮弗孙法反复迭代求解。这样做计算量很大，恐不宜用于大型结构的动力优化中。文献[25]用逆变分原理导出最优设计所必须满足的动力方程、优化方程及约束条件，然后用叫做能量比方法（energy ratio method）的迭代格式找出最优解。该法的收敛性能如何还不十分清楚；从其迭代形式看却颇似准则法。

和结构优化十分类似的一类问题，是在模型设计中遇到的所谓结构的逆特征值问题。在这类问题中，有一种是要求设计（或修改）一个结构，使之具有指定的前几阶频率。显然用前面提到的 $\alpha-\beta$ 迭代格式，或序列二次规划法等都可以处理。另一种是要求设计（或修改）一个结构，使之具有给定的前几阶特征对，文[35]采用直接搜索法求解，其中相当大部分可以提成标准的线性规划<sup>[36]</sup>，用单纯形法求得精确解答。

#### 4. 工程应用概况

结构动力优化课题带有强烈的工程背景。尽管作为一门学科还很不成熟，但已获得了不少工程应用，也得出了许多面向工程的研究成果。

在国外，现在已有不少大型的程序系统具有动力优化功能（主要在于固有频率优化）。例如，美国航空航天局(NASA)发展的大型结构优化程序系统 PROSSS<sup>[26]</sup>，以及加肋复合材料结构优化程序 PASCO<sup>[27]</sup>，都可处理固有频率优化。加州大学伯克利分校发展的人机对话优化软件系统 OPTNSR<sup>[28]</sup>，可对基础受强迫冲击运动的非弹性框架作最小重量设计。许多大的飞机制造公司在自己的设计软件库中都有作动力优化乃至气动优化的模块。文献<sup>[29]</sup>的工作是很有启发性的，这是关于减振阻尼贴面的优化分布研究。该文对于受谐和外载作用的线性振动系统，考虑了粘弹性贴面层的阻尼、刚度和质量对振动的影响，在维持贴面层总重量不变的前提下，将初始为均匀分布的贴面进行了分布优化，使动力响应的共振峰下降了50%，其效果为实验所证实。这一成果已被用到轻型机器构架式基础的设计中。虽然这一工作在数学上只用到比较简单的SUMT方法，却得到了实在经济效益。

我国从70年代后期才开展结构动力优化研究，时间虽然很短，但已有了不少面向应用的成果。在航空航天部门研制的一些大型程序系统中<sup>[37]</sup>，就包含有对飞行器固有频率、气动特性等的优化，并正在生产中发挥作用。<sup>[30]</sup>对108个剪切型多层框架进行满控抗震设计，通过统计分析并结合规范给出一种简便的优化设计方法，以便工程应用。<sup>[31]</sup>也对多层框架的最优抗震设计作了探索。<sup>[32]</sup>按刚塑性假定，对受核爆炸荷载的多层框架给出优化设计方法。<sup>[33]</sup>用优化方法进行了结构动力模型支承刚度的参数识别。<sup>[13]</sup>对大型雷达天线作了控制固

有频率的最小重量设计。[34]探讨了轴系控制临界转速的最小重量设计。但应该看到，我国在结构动力优化设计的研究和应用方面，与国际水平仍有相当差距。尤其在应用方面，即使是已发表的面向应用的文章，亦大多未付诸实际应用。事实上，结构优化设计（包括动力优化设计）可以大幅度提高经济效益，在学科上亦已具备了一定的条件，应该大力提倡应用。但我国工程界似尚未充分认识这一局面，仍对优化技术视若畏途，不敢接触。回想10年前，我国工程界对于用电子计算机作结构分析亦有同样的神秘心理，而今日则面貌已完全改观，重要的工程结构分析已离不开计算机了。可以预料，结构优化技术亦必然会经历同样的道路，成为工程界不可缺少的设计手段。问题在于我们要努力缩短这一进程所需的时间，使优化技术早日发挥作用。当前尤应注意解决实实在在的工程问题，向工程界普及优化技术，同时编制出各种实用的优化程序并加以推广应用。

本文的撰写得到钱令希教授的支持和指点，并承程耿东副教授协助审阅本文并提出修改意见，谨致谢。

### 参 考 文 献

- 1 钱令希，我国结构优化设计现况，大连工学院学报，21，3(1982):1—10。
- 2 Niordson, F. I., The optimum design of a vibrating beam, Q. Appl. Math., 23(1965): 47—53.
- 3 Karihaloo, B. L., Niordson, F. I., Optimum design of vibrating cantilevers, J. Opt. Theory and Appl., 6(1973).
- 4 胡海昌，弹性力学的变分原理及其应用，科学出版社(1981)。
- 5 Pierson, B. L., Minimum weight vibrating beam design, J. Struct. Mech., 5(1977):147—178.
- 6 Chang, G., Ding, H., On dynamic optimization of Timoshenko beam(to be published).
- 7 钱令希编，工程结构优化论文选集(1979)。
- 8 Venkayya, V. B., Khot, N. S., Keddy, V. S., Energy distribution in an optimum structural design, AFFDL-TR-68-156(1969).
- 9 Berke, L., Khot, N. S., Use of optimality criteria methods for large scale system, AGARD Lecture Series, №70(1974).
- 10 Rubin, C. P., Dynamic optimization of complex structures, AIAA Struct. Dyn. and Aeroelas. Specialist conf. (1969):9—14.
- 11 Venkayya, V. B., Khot, N. S., Design of optimum structures to impulse type loading, AIAA J. 13(1975):989—994.
- 12 Kiusalaas, J., Shaw, R. C. J., An algorithm for optimal structural design with frequency constraints, Int. J. for Numer. Meth. in Eng., 13(1978):783—795.
- 13 王生洪，具有频率约束的结构最轻重量设计，全国计算力学会议文集(1980):221—230。
- 14 林家浩，有频率禁区的结构优化设计，大连工学院学报，20，1(1981):27—36。
- 15 Lin, J. H., Che, W. Y., Yu, Y. S., Structural optimization on geometrical configuration and element sizing with static and dynamic constraints, Proc. Int. Symp. on Opt. Struct. Design, Oct. 1981, USA.
- 16 Zarghami, M. S., Optimum frequency of structures, AIAA J., 6(1968):749—750.
- 17 Fox, R. L., Kapoor, M. P., Strucrural optimization in the dynamic reponse regime, ibid, 8(1970):1798—1804.
- 18 Cassis, J. H., Schmit, L. A., Optimum structural design with dynamic constraints, ASVE, 102(1976):2053—2075.
- 19 Qian, L. X., Zhong, W. X., Sui, Y. K., Zhang, J. D., Efficient optimal design of

- structures—program DDDU, Proc. Int. Symp. on Optimum Structural Design, Oct. 1981, USA.
- 20 Schmit, L. A., Fleury, C., An improved capability based on dual method—ACCESS 3, AIAA/ASME 20th Structures, Structural Dynamics and Material Conf. (1979):23—50.
  - 21 Fleury, C., et al, ACCESS computer for the synthesis of large structural systems, ibid.
  - 22 程耿东, 结构动力优化中规划法和准则法的统一, 大连工学院工程力学研究所科研资料 82—3025 (1982).
  - 23 钱令希, 钟万勰, 程耿东, 隋允康, 工程结构优化的序列二次规划, 同上82—3067(1982).
  - 24 Washizu, K., Hanaoka, M., Application of the finite element method to minimum mass design of a bar with two specified natural frequencies, Computers & Structures, 10 (1979):539—545.
  - 25 Tada, K., Seguchi, Y., Shape determination of structures based on the inverse variational principle/The finite element approach, Proc. Int. Symp. on Optimum Structural Design, Oct. 1981, USA.
  - 26 Sobieszczanski-Sobieski, Rogers, J. L., Jr., A programming system for research and application in structural optimization, ibid.
  - 27 Stroud, W. J., et al, Current research on shear buckling and thermal loads with FASCO: Panel analysis and sizing code, ibid.
  - 28 Balling, R., et al, Interactive optimal design of dynamically loaded structures using the OPTNSR software, ibid.
  - 29 Lunden, R., Akesson, B., Optimum distribution of additive damping for vibrating beam structures, ibid.
  - 30 王光远, 董明跃, 郭骅, 剪切型多层框架抗震设计的满控优化准则, 哈尔滨建筑工程学院(1978).
  - 31 沈乃杰, 卢书辉, 多层框架抗震最优设计, 中国科学院工程力学研究所(1981).
  - 32 张相庭, 在核爆炸荷载下多层框架的动力塑性优化分析, 同济大学(1978).
  - 33 黄文虎, 李效韩, 用优化方法进行结构动力模型支承刚度参数识别, 哈尔滨工业大学(1980).
  - 34 林家浩, 轴系的动力优化设计, 机械工程学报, 8, 1(1982):69—78.
  - 35 宋增浩, 高福安, 刘瑞庆, 给定振频振型时确定结构系数逆特征值算法, 陕西航空学会年会(1982,4).
  - 36 王裕诚, 程耿东, 隋允康, 一类逆特征值问题的线性规划算法, 大连工学院工程力学研究所科研报告(待发表).
  - 37 叶克家等, 飞机结构多约束优化设计系统, YIDYOU-I型, 航空工业部(1982,11).

## REVIEW ON THE DEVELOPMENT IN STRUCTURAL DYNAMIC OPTIMUM DESIGN

Lin Jia-hao

(Research Institute of Engineering Mechanics,  
Dalian Institute of Technology)