

- (11) 冯康, 数值计算方法, 国防工业出版社 (1978).  
(12) 周恒, 赵耕夫, 力学学报, 3 (1982): 217-225.

## THE SOLUTION OF THE EIGENVALUE PROBLEM OF THE ORR-SOMMERFELD EQUATION

Zhao Geng-fu  
(Tianjin University)

### 介绍“孤立子, 物理学家的数学方法”一书

本文推荐德国数学家G. Eilenberger教授最近所写的《孤立子, 物理学家的数学方法》(Solitons, Mathematical Methods for Physicists, Berlin: Springer 1981, 192pp.)一书。

自然界存在孤立波的现象早在上一世纪就由英国造船设计师和工程师罗素(J. S. Russell)发现了。那是一次偶然的奇遇, 罗素在10年之后1844年发表的“论波动”一文中, 对此作过生动的描绘:

“我观察过一次船的运动, 这条船被两匹马拉着, 沿着狭窄的河道迅速地前进, 被船体带动的水量不算太多, 突然, 船停止了前进, 船头周围聚集了急剧运动状态的水流, 它们形成了一个巨大的圆而光滑的水峰, 又突然离开船头, 以极大的速度向前移动。这水峰约有30英尺长, 1至1英尺半高, 在行进中, 一直保持着这起初的形状, 速度也不减慢。我骑着马, 紧紧跟着, 发觉它大约以每小时8至9英里的速度前进。后来, 波的高度渐渐地减小, 1至2英里后, 才消失在蜿蜒的河道中, ……”

“这决不是一个被切开的通常的波,” 罗素解释道: “因为通常的波前进时, 总是一部分高于水面, 一部分低于水面。不仅如此, 它的形状也是不同的, 它也不同于半个波, 而是一个完整的波。这个波不是一半在水面上, 一半在水面下, 而是始终全部在水面之上。除此之外, 这‘堆’水也不是停留在一个地方, 而是前进了相当长一段距离。”

正是由于对这一奇妙现象的深入研究, 导致了本世纪60年代一种具有“粒子”般性质, 经“碰撞”而不改变其形状和速度的波——孤立子(soliton)的发现。而今20年不到, 孤立子的浪潮几乎已经淹没了整个科学界。小至基本粒子, 大到木星上著名的大气红斑, 从实验室里的小水箱到太平洋沿海海面, 从超导约瑟夫森结到神经细胞轴突的传导冲动, 从DNA分子互相盘绕的螺旋在溶剂中打开或断裂到半导体掺杂过程中电子自旋的消失现象等等, 到处都出现了它们的踪迹。科学家报道, 孤立子已经渗入到等离子体物理、基本粒子理论、天体物理、晶格物理、凝固物质物理、非线性光学、分子生物学、海洋学、生理学、流体力学、统计力学、固体物理以及通讯技术等许许多多的研究领域之中。

本书用物理工作者所熟悉的方式和语言, 对一维孤立子的数学理论和方法进行了简洁而又不失本质的阐述, 从而使当今物理学中最时兴的数学新思想新方法生动地呈现在大家面前。本书并不追求高度的数学严密性, 一些详细的数学论证都放到书后的附录之中。

全书共分为七章, 作者始终环绕着两个最典型的孤立子方程: Korteweg-de Vries (简称KdV) 方程和 Sine-Gordon (简称SG) 方程来进行讨论。第一章用例子介绍了孤立子及其应用。第二、三章研究KdV方程; 其中第三章以KdV方程为例, 详细地介绍了随着孤立子的诞生而出现的数学新方法——散射反演变换。第四章将散射反演理论推广到其他具有孤立子解的非线性发展方程中。接下来的三章讨论了物理工作者最感兴趣的SG方程, 介绍了SG孤立子——正扭(Kink), 反扭, 孤立子与孤立子(Soliton-Soliton)的碰撞, 孤立子与反孤立子(Soliton-antisoliton)的碰撞, 呼吸子(breather)等等有趣的概念; 其中第六章仍以SG方程为例, 描述了热力学中的孤立子系统, 那里列出的一些问题, 有不少至今还没有完全解决, 涉及当前普遍感到兴趣的研究课题。最后一章是第四章的继续, 介绍了散射反演变换在离散系统(差分方程)—— Toda格的应用。

本书是作者在科伦大学讲授理论物理研究生课程的讲稿。书中所需的数学基础并不很深, 只要具备一般物理专业所需的有关微分方程和希尔伯特空间算子理论等方面的知识就足够了。

Eilenberger教授为了使本书能成为一本自给自足的孤立子入门导引, 显然动了许多脑筋。正如他在序言中所说, 他这本书“不仅将为读者提供新知识, 而且将使读者得到一种美的享受”。当然, 作为一本200页左右, 教材式的入门书, 不可能对当今孤立子理论和应用的所有方面都一一阐述, 要这样做的话, 也许增加三倍篇幅还不够。然而, 作者在书后附了一份带有说明和介绍的文献目录, 对想要深入学习和研究的读者来说, 这显然是极为有益的。

最后, 我们还要提一下, 关于本书, “欧洲物理杂志”(European Journal of Physics)曾三次作过介绍, 可见把这本书推荐给广大物理工作者不是没有意义的。

黄迅成