

# 二维流体-弹塑性流动计算

李荫藩、张德良、曹亦明<sup>1)</sup>

## — 引 言

在经典力学中,传统的看法是把物质严格区分为流体和固体两大类,相应地有流体动力学和固体动力学。但在自然界中物质并不总是能如此区分的,而且物质状态也不是一成不变的。例如核装置在岩石中爆炸时能产生几百万大气压的高压和几百万度的高温,足以使周围岩石汽化和液化,这时岩石剪切强度可忽略不计,因而能够把它看作流体;但是地冲击波向外传播时强度逐渐减弱,岩石的固体特性就越来越明显,呈现出弹塑性特性。由此可见,在爆炸荷载作用下岩石既可能是流体也可能是固体。研究这类特殊过程中物质运动规律的学科称为流体-弹塑性动力学。这门学科从40年代起即为人们所注意,短短几十年里已在工程和科学的各个领域得到应用。它的主要特点[1,2]是:不仅要考虑各向同性的静水压作用,还要考虑应力偏量作用。应力张量 $\sigma_{ij}$ 可分解为

$$\sigma_{ij} = -\delta_{ij}P + S_{ij} \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

这里 $\delta_{ij}$ 是单位张量, $P$ 是静水压, $S_{ij}$ 是应力偏量张量;其次,认为静水压只产生体积应变,它通过介质状态方程与比内能 $E_I$ 和比容 $V$ ( $V = 1/\rho$ , $\rho$ 为密度)相联系,而应力偏量只产生形状畸变,它通过弹塑性应力应变关系与应变偏量相联系;第三,不可恢复的塑性功又通过热效应和比内能 $E_V$ (体积变化所引起的比内能)间接产生耦合作用;最后介质所经历的复杂过程(汽化、液化、相变过程等)由统一状态方程来描述,介质从一种状态自然过渡到另一种状态。一般说来,流体-弹塑性流动问题,特别是二维以上的问题,是十分复杂的,几乎无法找到精确解。主要困难有:(1)微分方程具有高度非线性性;(2)在高应力状态下介质会产生大变形甚至畸变;(3)压力变化范围很大,往往是 $10^7 - 10$ 个大气压,因此物理过程十分复杂;(4)介质可能具有自由面、介质界面和断裂面,它们能产生复杂的滑移运动,这在力学上和计算方法上处理起来都十分困难。

但是近年来随着计算机科学的迅速发展,用计算机来数值模拟流体-弹塑性问题成为可能。1960年前后在研究流体力学计算方法基础上,发展了流体-弹塑性流动计算方法。到目前为止,流体-弹塑性流动已形成好几种类型的计算方法。从计算效果来看,一般说来,对于一维问题可以说已得到较为满意的解决,但是对于二维情况,方法虽然很多,也解决了一

1) 李荫藩、曹亦明:中国科学院计算中心;张德良:中国科学院力学研究所。

些问题,但总的来说还远远没有解决,许多问题还有待深入研究。

下面根据我们自己的工作经验来谈谈二维流体-弹塑性流动的计算方法。

## 二 数 学 模 型

流体-弹塑性流动问题必须满足连续介质力学的基本守恒定律,即质量守恒、动量守恒和能量守恒。虽然实际的介质中存在裂隙、孔穴、杂质、分层、不均匀和各向异性等复杂情况,但是目前一般都采用连续介质各向同性假设,至多把介质分成有限层,在每一层中仍认为是各向同性均匀介质,而在层与层之间允许有摩擦力存在[3]。

这样,在忽略粘性、热传导和重力作用下,流体-弹塑性流动的数学模型为:

欧拉型微分形式的基本方程

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2)$$

$$\rho \frac{du_i}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{ij}) = 0 \quad (3)$$

$$\rho \frac{dE_T}{dt} - \frac{\partial}{\partial x_i} (\sigma_{ij} u_j) = 0 \quad (4)$$

欧拉型积分形式的基本方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho dV = - \int_S (\rho u_i) n_i dS \quad (5)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho u_j dV = - \int_S P n_j dS + \int_S S_{ij} n_i dS - \int_S (\rho u_i u_j) n_i dS \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho E_T dV = - \int_S P u_i n_i dS + \int_S S_{ij} u_j n_i dS - \int_S (\rho u_i E_T) n_i dS \quad (7)$$

拉格朗日型微分形式的基本方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (8)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} - \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = 0 \quad (9)$$

$$\rho \frac{\partial E_T}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_j} (\sigma_{ij} u_j) = 0 \quad (10)$$

拉格朗日型积分形式的基本方程

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho dV = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho u_j dV = - \int_{S(t)} P n_j dS + \int_{S(t)} S_{ij} n_i dS \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V(t)} \rho E_T dV = - \int_{S(t)} P u_i n_i dS + \int_{S(t)} S_{ij} u_j n_i dS \quad (13)$$

状态方程为（可以是分析式或表格）

$$P = P(\rho, E_I) \quad (14)$$

本构关系（拉格朗日型）为

当  $S_{ij} \cdot S_{ij} < \frac{2}{3} Y^2$  时服从虎克定律

$$\dot{S}_{ij} = 2G \varepsilon_{ij} + \omega_{ij} \quad (15)$$

$$\varepsilon_{ij} = e_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\dot{V}}{V} \delta_{ij} \quad (16)$$

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (17)$$

当  $S_{ij} \cdot S_{ij} \geq \frac{2}{3} Y^2$  时

$$\varepsilon_{ij} = \lambda S_{ij} \quad (18)$$

$$\lambda = \sqrt{\frac{2}{3}} (S_{ij} \cdot S_{ij})^{1/2} / Y \quad (19)$$

$$Y = Y(P, E_I) \quad (20)$$

这里  $x_i$  是空间坐标,  $u_i$  是速度,  $n_i$  是单元面法线方向余弦,  $\varepsilon_{ij}$  是应变率偏量,  $e_{ij}$  是应变率,  $\omega_{ij}$  是转动修正量,  $Y$  是屈服强度。

在流体-弹塑性流动计算中有二个突出的问题是需要处理的:

**1. 激波及其数值处理** 流体-弹塑性流动问题中存在着激波和加速度波。加速度波是由于应力和应变梯度发生间断而造成的, 这一现象在一些实验中业已观察到[4], 但在目前计算中常不计及。

关于激波, 目前有两种处理方法。其一是特征线法和激波装配法[5,6], 即把激波看作内部运动边界, 通过激波时用激波跳跃关系把两边的解联系起来。由于一般情况下激波位置是未知的, 而且它又是解的一部分, 因此这个方法是非常复杂的。特别是当激波彼此相交, 激波和界面或同边界面相交时引起次激波等情况下就更为复杂。因此, 到目前为止这个方法只对有限个激波的一维问题, 或仅有一个激波且已知其初始位置及传播方向的多维问题, 用得比较成功[7]。

处理激波的另一个常用方法是在激波区内引入耗散效应, 使激波间断展开成具有一定宽度的连续波, 而在激波之外这个耗散效应影响很小, 这样既保证了解的的有效性, 又保证了激波的连续过渡。耗散效应可以通过格式耗散效应[8, 9]或人工耗散效应[10]的方式来引入, 或者既有格式耗散效应又有人工耗散效应, 两者同时存在。

关于人工耗散效应, 最著名的是 Von Neumann 和 Richtmyer 在 1950 年提出的人工粘性方法[11]。人工粘性的表达式为

$$q = \begin{cases} l_0^2 \rho \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2, & \text{当 } \frac{\partial y}{\partial x} < 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } \frac{\partial y}{\partial x} \geq 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (21)$$

其中  $q$  是人工粘性,  $l$  是一个具有长度量纲的量,  $l_0 = a_0 \Delta x$ ,  $a_0$  是人工粘性系数,  $\Delta x$  是网格长度。在二维流体-弹塑性计算中也同样可以采用类似的标量形式:

$$q = \begin{cases} b^2 \rho A \left( \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \right)^2, & \text{当 } \frac{dV}{dt} < 0 \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } \frac{dV}{dt} \geq 0 \text{ 时} \end{cases} \quad (22)$$

其中  $b$  是人工粘性系数,  $A$  是计算网格面积。

Schulz 在二维弹塑性流动计算中考虑到激波传播方向, 提出了一种带有二阶导数张量的人工粘性形式 [12], 这种人工粘性的优点是过渡区比较窄, 并且可以粗略看出激波传播方向。

此外, 在更一般情况下, 把 Von Neumann 人工粘性从一维推广到二维、三维问题时, 必须解决两个问题: 一是  $\partial u / \partial x$  应如何表示; 二是在 Von Neumann 粘性中的  $l$  应如何确定。最近 Wilkins 讨论了这两个问题 [13]。

对于二维弹塑性流动问题, 除了用二次人工粘性外, 一般还必须加上一次粘性项

$$q = c \rho a \sqrt{A} \left| \frac{1}{V} \frac{dV}{dt} \right| \quad (23)$$

这里,  $a$  是局部声速,  $c$  是人工粘性系数。一次粘性的张量形式是

$$q_{,ij} = c \rho a \sqrt{A} \partial \varepsilon_{,ij} / \partial t \quad (24)$$

这里  $\varepsilon_{,ij}$  是应变偏量。

**2. 介质断裂和滑移面的处理** 在二维弹塑性计算中, 介质断裂无论在力学上还是在数值处理上都存在不少问题。特别对于脆性材料的坏破, 人们虽然提出了各种破坏机制和数值处理方法 [14, 15], 但目前仍然没有普遍适用的方法。

弹塑性材料的断裂主要分成两大类: 一类是拉伸破坏, 这主要是由于拉伸波作用而产生的, 断裂面沿法向运动; 另一类是剪切破坏, 是由于剪切应力超过材料强度而引起的, 这种破坏会引起断裂面滑移运动

对拉伸断裂目前主要是采用模拟法 [15, 16]。当介质断裂时调整网格面上的应力值, 使得断裂面上法向应力为零, 同时相应地调整应变。对于剪切破坏, 则必须当作滑移面来处理, 目前尚无较好的处理方法。一般只能对事先给定的有限的几个滑移面进行处理。通常把滑移面上密度较大的一侧取作主侧面, 另一侧看作从侧面, 而让从侧面在主侧面上滑移。如果没有摩擦力存在, 那么滑移面上剪切应力置零 [17]。

### 三 数值方法和程序编码

二维流体-弹塑性流动的计算方法和程序编码主要有下述四类:

1. 欧拉方法 欧拉方法是把坐标网格固定在空间，它不存在处理大畸变的困难，但是欧拉方法不易处理自由表面和交界面，难于描述与历史有关的参量，如果不作特殊处理，自由表面和交界面很快会通过计算网格扩散开去。

欧拉方法一般有二种差分格式。一种是把运输效应跟其它偏导数一起都包括在一步差分格式中；另一种是采用算子分裂的思想，设想在一个时间步长里，压力效应、偏应力效应、运输效应依一定顺序先后独立进行。我们这里着重介绍后一类型的方法，这是求解二维流体-弹塑性流动问题的主要欧拉方法。它的基本思想是：设想各个物理量在每个格子上是常数。从积分方程（5），（6），（7）出发，整个计算分三步来实现：1）计算静水压效应；2）计算应力偏量效应；3）计算质量、动量、能量的运输效应。这种分裂算子的做法，便于把许多已有的流体动力学的计算方法推广到弹塑性流动问题。我们在计算地面强爆炸问题时，就是在FLIC方法的基础上推广得到差分格式的。在计算中特别要注意的是，速度场是定义在空间网格上的，而应力、应变、应变率是随质点路径而变化的，因此在计算应力、应变、应变率时必须作一些特殊处理。

为了深入了解欧拉方法的特点，我们进行了一些数值试验。首先，我们对分裂算子的不同顺序进行了数值试验。一个方案是先计算应力偏量效应，后计算静水压效应；另一个方案正相反，先计算静水压效应后计算应力偏量效应。计算结果见图1。结果表明，这两种处理方法的压力峰值衰减规律在高压区影响不大，在低压区有一定影响，但是从压力场和速度场分布来看，特别从表面处理来看，先计算应力偏量要更合理一些。

其次，关于粘合作用，用欧拉方法计算成坑爆炸问题时，在自由面附近由于密度过稀会产生过分加速现象，从而出现负密度（负质量）、负内能问题。为了克服这一现象，[18]中提出采用粘合作用。但是粘合作用在道理上是含混的。我们对加粘合作用和不加粘合作用进行了数值试验（图2）。计算结果表明不用粘合作用也是可以计算，况且在高压区加粘合作用和不加粘合作用对计算结果有较大影响。

一般在处理激波时都要加入适当的人工粘性，但是在采用我们的差分格式来计算地面爆炸时，发现仅仅依靠格式粘性已经够了。如果再加上人工粘性，会使计算结果有较大改变（图3），而且人工粘性加大了激波宽度，这对计算精度是不利的。因此我们认为对于地面

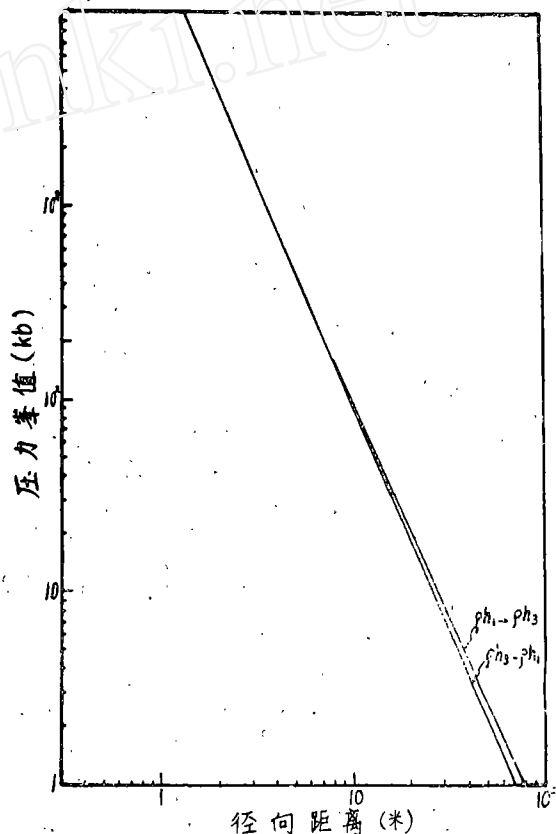


图1 计算顺序数值试验

爆炸这一类问题，利用我们这种方法计算时，加人工粘性不一定有益。

欧拉方法对于处理自由面、区分多种介质表面是有困难的。一般采用下面两种方法来克服这个困难：一种方法是规定材料从一个网格到另一个网格迁移时，必须首先认清接受格子的材料，输出网格仅仅输出这一种材料直到排空为止[19]，这样介质表面可确定到一个网格宽度，而不至于进一步扩散。另一种方法是采用示踪点方法[20]，标出自由表面和介质界面的位置。

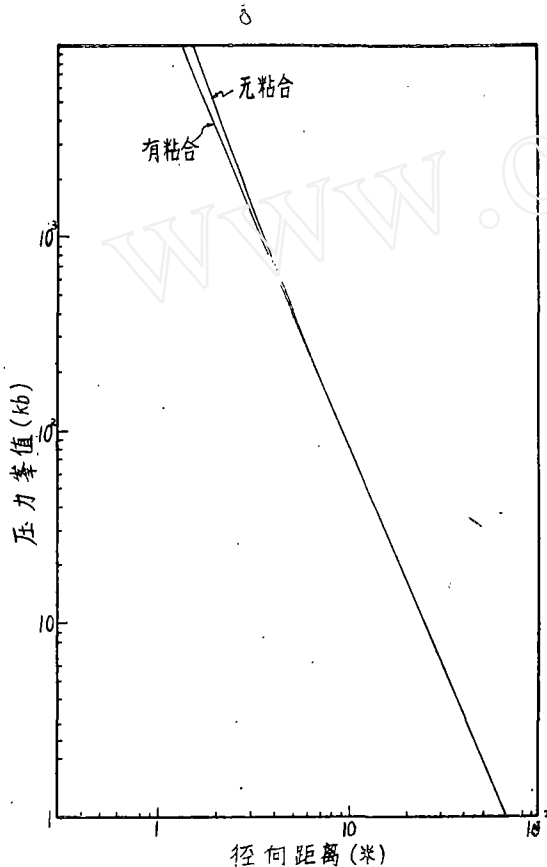


图 2 关于粘合作用数值试验

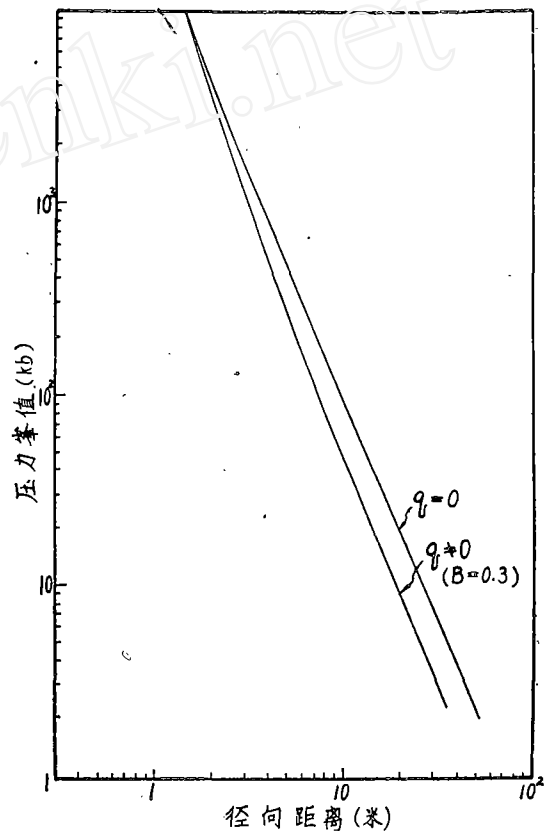


图 3 人工粘性数值试验

二维欧拉方法是在流体动力学问题的基础上发展起来的，具有代表性的计算程序是从 PIC 方法[21]发展起来的 OIL 程序编码[22]，在考虑强度效应后它成为 RPM 程序编码[23]和 DORF 程序编码[19]，最后发展成一个适用性比较广的流体-弹塑性流动程序 HELP 编码[18]。但是目前应用比较广的要算 CSQ 程序编码[24]，它对介质模型作了比较完整的讨论。

**2. 拉格朗日方法** 拉格朗日方法是采用拉格朗日坐标，即把坐标固定在介质质点上。拉格朗日方法具有方程形式简单，记录介质历史方便，处理多种介质界面运动容易，以及在一些情况下精度较高等优点。但是它的最大缺点是无法克服大畸变引起的网格混乱。

为了克服大畸变带来的困难，人们一般采用两种方法，一种是采用滑移边界（见第二

节)；另一种是重新分区，即把产生大畸变的区域重新画在一个新规划的计算网格上，新网格上的值由原来网格上的值插值得到[25]。但是无论采用滑移边界还是重新分区方法都是十分繁复的。

在拉格朗日方法中，坐标和速度一般定义在网格结点上，其余物理量定义在网格区域上。在建立差分格式时一般从微分方程(8)，(9)，(10)出发，按如下两种方式之一把空间导数离散化：

i) 根据格林公式推出的偏导数的积分定义[26]

$$\left. \frac{\partial F}{\partial x} \right|_{(x,y)} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\oint_C F dy}{A} \quad (25)$$

$$\left. \frac{\partial F}{\partial y} \right|_{(x,y)} = \lim_{A \rightarrow 0} \frac{\oint_C F dx}{A} \quad (26)$$

其中  $x, y$  是笛卡尔平面坐标或柱坐标(柱坐标时  $x$  是对称轴,  $y$  是径向坐标),  $F(x, y)$  是任一适当可微分函数。  $A$  是以  $C$  为周界包含点  $(x, y)$  的区域面积。根据公式(25)，(26)，可把微分方程中的偏导数近似化为连接网格结点而构成的围道积分。

ii) 用拉格朗日坐标的微分变换关系，推导出欧拉导数的拉格朗日表达式[16]

$$\frac{\partial F}{\partial y} = -\frac{1}{J} \left( \frac{\partial F}{\partial K} \frac{\partial x}{\partial L} - \frac{\partial F}{\partial L} \frac{\partial x}{\partial K} \right) \quad (27)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = -\frac{1}{J} \left( \frac{\partial F}{\partial K} \frac{\partial y}{\partial L} - \frac{\partial F}{\partial L} \frac{\partial y}{\partial K} \right) \quad (28)$$

其中  $K, L$  是拉格朗日坐标,  $J$  是坐标变换的雅可比行列式。利用(27)，(28)，可把微分方程中空间导数化为拉格朗日坐标的微商，然后再差分。

我们在计算地面爆炸时采用另一种差分方法[27]。上面说过，欧拉方法一般从积分形式的基本方程出发进行差分。这种差分方法可以更好地满足守恒定律，而且比较方便，因为不存在空间导数的差分近似问题。从基本方程(11)，(12)，(13)出发可得到拉格朗日型差分方法。例如初始时等间距网格  $A, B, C, D$  等(图4)，在  $t = t_n$  时变成图5所示的网格，根据质量守恒，

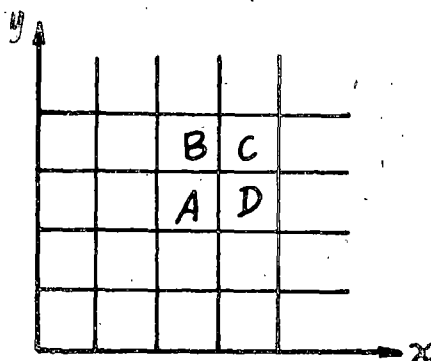


图 4

$$M_A = \iint_{A(t=0)} \rho dV = \iint_{A(t=t_n)} \rho dV \quad (29)$$

所以 
$$\rho_A^n = M_A / V_A^n \quad (30)$$

其中  $M_A$  是  $A$  格的质量，一开始就可以定下来，  $V_A^n$  是  $n$  时刻  $A$  格的体积，由其顶点坐标可算出。其它方程也可类似得到。

二维弹塑性流动拉格朗日计算程序最有代表性的是 TENSOR[16]和 HEMP[26]两个编

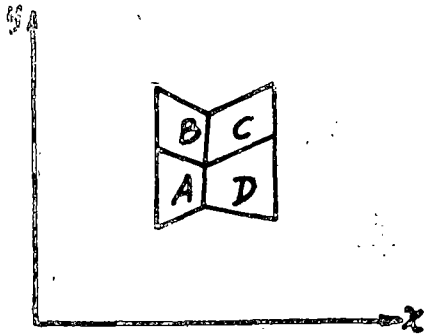


图 5

码。TENSOR编码对介质的断裂作了处理。而HEMP编码对滑移边界和重新分区作了处理，能比较灵活地适应各种初边值问题，资料完整，应用也广。HEMP后来发展成RAVE编码[28]，最后形成一个较完整系列的 TOODY编码[29]算法。但目前应用最广的要算由HEMP方法发展起来的 PISCES 2DL 编码[30]，它已达到完全商业化的程度。在拉格朗日方法中还有另一个程序系统叫做MAGEE编码[31]，它也是一个比较好的编码，对于各种问题适用性很强。

**3. 对流坐标法** 为了克服上述拉格朗日方法和欧拉方法的缺点，出现了一种适用于任意运动的对流坐标方法。这个方法的特点是计算网格可以按使用者给定的规律运动，它和连续的重新分区原则十分相似。对流坐标法提供了比较大的灵活性，在计算中能最佳地使用计算网格。在这方面有代表性的程序是AFTON编码[32]和ADAM编码[33]。但是由于程序比较繁琐，目前尚未被人广泛使用。

**4. 其它混合方法** 除对流坐标法外，在混合计算方法中，最引人注意的是在早期有严重畸变的时刻采用欧拉方法来计算，而在运动略为缓和之后，换用拉格朗日方法去求解。这个方法最典型的程序是SHAPE编码[34]和TOTEN编码[35]，它们早期都是用欧拉方法的OIL编码，后期分别采用HEMP编码和TENSOR编码。

另一种混合方法是在问题的一部分区域用欧拉方法求解，而另一部分用拉格朗日方法求解，在两部分区域交界面上用适当方法进行耦合[36]，典型的程序是CHAMP编码[37]。

还有一种程序编码是在一个坐标方向上采用拉格朗日方法，在另一个坐标方向上采用欧拉方法[38]。这种程序只是为一些比较特殊的问题设计的，很难应用到其它问题上去。

## 四 二维计算方法的应用和算例

二维流体-弹塑性程序编码已被广泛应用到各种各样的实际问题，从弹性问题到超高压超高温的核爆炸及高速碰撞等问题，有单一介质问题也有复杂的多种介质问题。在这里我们列举一些有趣的数值算例，对这些算例不仅给出了数值结果，而且为了检验它们是否正确，分别和精确解、近似解、其它数值方法的解或详细的实验资料进行了比较。

**1. 对装甲板高速碰撞问题** 为了研究炮弹的侵彻能力和钢板防护能力，特别设计了一套模拟试验。用一颗尼龙子弹以5公里/秒的速度撞击装甲板，从实验中可以看到在装甲板上形成弹坑，并在装甲板背面引起碎片剥离的现象[39]。

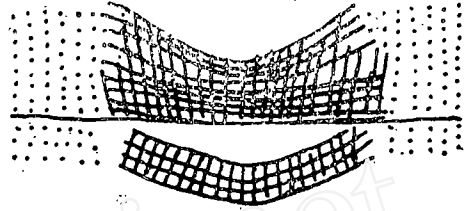
为了对这一实验进行数值模拟，同时用欧拉方法的CSQ程序编码和拉格朗日方法的TOODY程序编码对它进行了计算[40]。在计算中忽略子弹的强度，而认为装甲板是流体-弹塑性介质。状态方程考虑了汽化、液化及其相变过程。图6给出了CSQ程序和TOODY程序的计算结果。



把这两个数值计算结果和实验结果进行比较，可以发现无论是欧拉方法还是拉格朗日方法，所得到的弹坑半径和深度，装甲板背面的碎片剥离的直径和厚度均和实验结果十分符合，计算是成功的。



a) CSQ 计算结果



b) Goddy 计算结果

图6 高速碰撞计算结果

2. 核爆炸问题 我们成功地对地面核爆炸问题的力学效应进行了数值模拟[14,42]。当核弹在地表起爆后，在地面上形成一个空气冲击波，在地下也有一个很强的地冲击波向外传

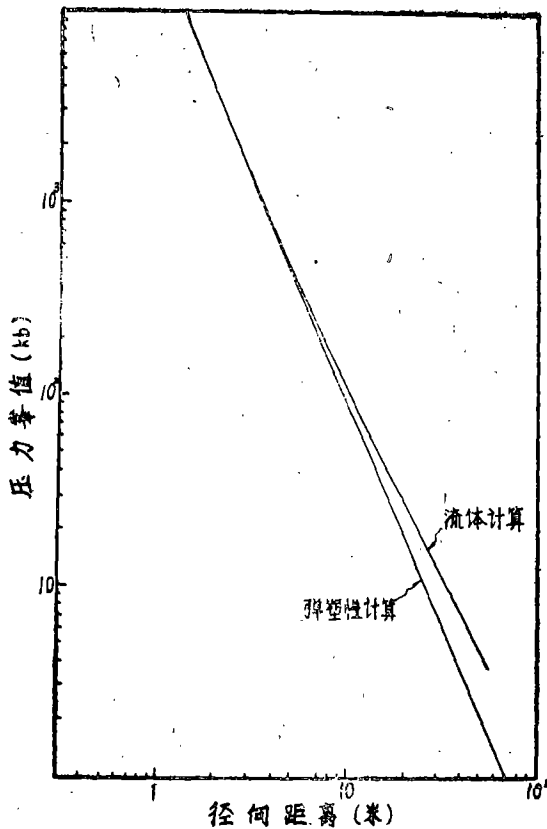


图7 地面爆炸弹塑性计算结果

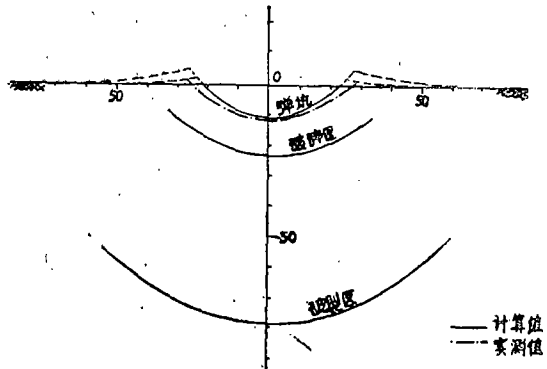


图8 弹坑剖面图

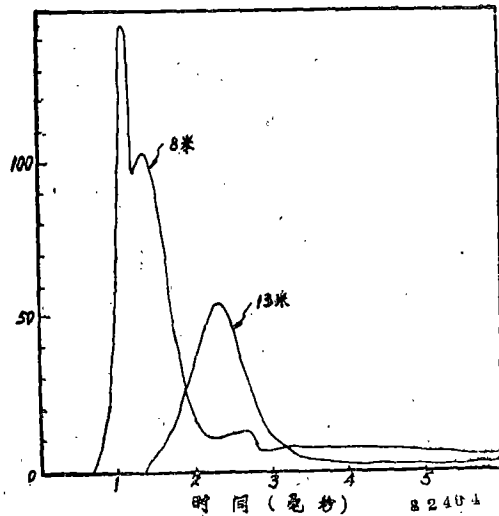


图9 8米, 13米定点压力波形

播,使岩石汽化、液化、压缩变形和抛掷,在地面上形成弹坑,在岩石中产生强烈的地运动和破坏。我们用欧拉方法对这问题进行了计算。弹体用岩石模拟,状态方程包括有汽化和液化,但不考虑相变过程。计算中用了Von Mises准则,考虑到岩石强度随压力增加而增加,随温度增加而减小,我们采用下列形式的屈服条件:

$$Y = (Y_0 + Y_1\mu + Y_2\mu^2) (1 - E_I/E_M)$$

其中 $\mu = \rho/\rho_0 - 1$ ,  $E_M$ 是液化能。为了追踪某些特定点的历史,我们采用标记点的方法来标记地表面和对称轴上的一些特定点。计算结果表示在图7,图8和图9上。

拉格朗日方法的 TENSOR 程序编码也常用于计算核爆炸问题。早在60年代初就用来计算深层封闭核爆炸的二维效应[43],近年来又用来计算控制爆破工程[44],计算都取得了较好的效果。

值得提一下的是用欧拉-拉格朗日方法的 FISCES 2D ELK 程序编码对一次叫做 Johnie boy 的浅埋爆炸进行的计算[45]。爆炸当量为 0.5 kT。核装置埋在冲积土内 58.5 厘米处,见图10。在300微秒以前用欧拉方法,在300微秒时把拉格朗日网格耦合上去,而计算到

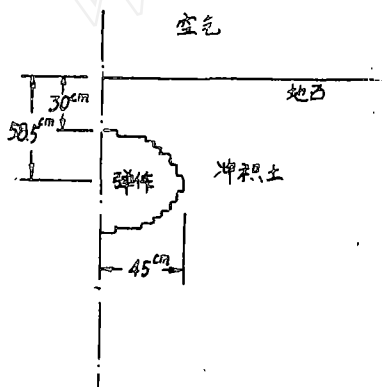


图 10 Johnie boy 浅埋爆炸初始网格

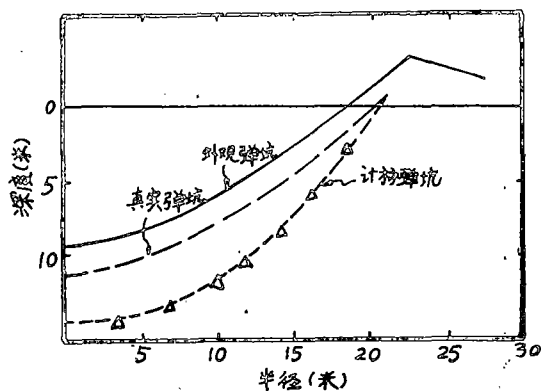


图 11 Johnie boy 弹坑比较

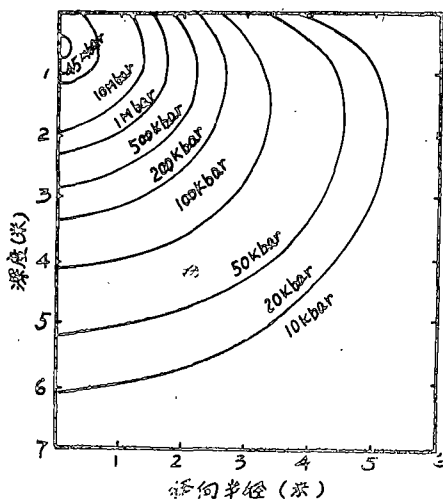


图 12 压力峰值等压线图

7.84毫秒时就只用拉格朗日方法。计算中介质模型十分完整, 计算结果和实验资料也是十分符合的, 见图11和图12。

## 五 结 论

综上所述, 可以看出用上述各种数值方法来解二维-弹塑性流动问题是成功的。但是这些方法各有利弊, 至今还不能提出一个适用于各种类型问题的普遍的计算方法和程序编码。就计算结果来看, 也只能达到定性阶段。为了提高计算精度, 许多问题, 包括计算格式、介质模型等, 还有待我们去深入研究。从我们的工作看来, 对于地面爆炸一类问题, 欧拉-拉格朗日混合方法是一个比较有前途的方法。

## 参 考 文 献

- [1] 郑哲敏、解伯民(1965), 关于地下核爆炸计算模型的一个建议(未发表)。
- [2] 郑哲敏(1973), 破甲过程初步分析, 力学情报, 6。
- [3] Knowles, C. P. and Brode, H. L. (1976), The theory of cratering phenomena, an overview, 《Impact and Explosion Cratering》: 869.
- [4] Schuler, K. W. and Walsh, E. K. (1973), Acceleration wave propagation in a nonlinear viscoelastic solid, *J. Appl. Mech.*, **40**.
- [5] Chou, P. C., Karpp, R. R. and Hang, S. L. (1967), Numerical calculation of blast waves by the method of characteristics, *AIAA J.*, **5**.
- [6] Madden, R. and Chang, T. S. (1969), Stress waves resulting from hypervelocity impact, AIAA Hypervelocity Impact Conference.
- [7] Barker, L. M. (1969), SWAP-9: an improved stress wave analyzing program, SC-RR-69-233.
- [8] Русанов, В. В. (1961), Расчёт взаимодействия нестационарных ударных волн с препятствиями, *ЖВММФ*, **1**.
- [9] Lax, P. D. and Wendroff, B. (1960), Systems of conservation laws, *Comm. Pure Appl. Math.*, **13**.
- [10] 里奇特迈尔, R. D. (1966), 初值问题差分方法, 科学出版社。
- [11] Von Neumann, J. and Richtmyer, R. D. (1950), A method for the numerical calculation of hydrodynamic Shocks, *J. Appl. Phys.*, **21**.
- [12] Schutz, W. D. (1964), Two-dimensional Lagrangian hydrodynamic difference equation, 《Methods in Computational Physics》, **3**.
- [13] Wilkins, M. L. (1980), Use of artificial viscosity in multidimensional fluid dynamic calculations, *J. C. P.*, **36**: 281-303.
- [14] Schatz, J. F. (1974), SOC<sub>73</sub>, An improved one-dimensional wave propagation code for rock medium, UCRL-51689.
- [15] Burton, D. E. and Schatz, J. F. (1975), Rock modeling in TENSOR<sub>74</sub>,

A two-dimensional Lagrangian shock propagation code, UCID-16719.

- [16] Maenchen, G. and Sack, S. (1964), The TENSOR code, 《Methods in Computational Physics》, 3.
- [17] Cherry, J. T., Sack, S., Maenchen, G. and Kransky, V. J. (1970), Two dimensional stress-induced adiabatic flow, UCRL-50987.
- [18] Hageman, L. J. and Walsh, J. M. (1972), HELP, A multimaterial Eulerian program for compressible fluid and elastic-plastic flow in two space dimensions and time, AD-726459.
- [19] Johnson, W. E. (1971), Development and application of computer programs related to hypervelocity impact, 3SR-749.
- [20] Harlow, F. H., Shannon, J. P. and Walsh, J. E. (1965), The MAC method, LA-3426.
- [21] Harlow, F. H. (1964), The particle-in-cell computing method for fluid dynamics, 《Methods in Computational Physics》, 3.
- [22] Johnson, W. E. (1965), OIL—a continuous two-dimension Eulerian hydrodynamic code, GAMD-5580.
- [23] Dienes, J. K. and Walsh, J. M. (1970), Theory of impact: some general principles and the method of Eulerian code, 《High Velocity Impact Phenomena》.
- [24] Thompson, S. L. (1975), CSQ: A two-dimensional hydrodynamic program with energy flow and material strength, SAND-74-0122.
- [25] Wislow A. M. (1963), Equipotential zoning of two dimensional meshes, UCRL-7312.
- [26] Wilkins M. L. (1964), Calculation of elastic-plastic flow, 《Methods of Computational Physics》, 3.
- [27] 曹亦明、张德良、李荫藩, 二维弹塑性流动计算——拉格朗日法(未发表).
- [28] Herrmann, W. and O'Brien, M. (1964), RAVE I, a Fortran program for the calculation of two-dimensional wave propagation, ASRL-1021.
- [29] Bertholf, L. D. and Benzley, S. E. (1968), TOODY II, A computer program for two-dimensional wave propagation, SC-RR-68-41.
- [30] The Physics International Company, San Leandro, California (1972), PISCES 2DL Manual.
- [31] Blwett, P. J. (1971), Stress calculation in MAGEE difference form, LA-4601-MS.
- [32] Niles, W. J., Gemroth, J. J. and Schuster, S. H. (1966), Numerical studies of the AFTON 2A code development and applications, Vol. II, AFWL-TR-66-19.
- [33] Quarlew, D. A., Jr. (1964), A moving coordinate method for shock wave

calculation stability theory including effect of shock boundary condition; PhD. Dissertation, New York University.

- [34] Shock Hydrodynamics Inc. (1966), SHAPE Code, BSD-TR-67-74.
- [35] Bryan, J. B.; Gardner, C. D. and Parlagreco, J. R. (1972); The use of TOTEN; a TOIL to TENSOR link; UCID-30034.
- [36] Noh, W. F. (1964); CEL: A time-dependent, two-space-dimensional, Coupled Eulerian-Lagrangian code, 《Methods in Computational Physics》, 3.
- [37] Edwards, L. L.; Hickman, R. B.; Hobson, J. K. and Mickels, T. C. (1978); CHAMP: A coupled HEMP and multifluid Eulerian Program for fluid flow simulations; UCRL-52444.
- [38] Frank, R. M. and Lazarus, R. B. (1964); Mixed Eulerian-Lagrangian method, 《Methods in Computational Physics》, 3.
- [39] Shockey, D. A.; Curran, D. R. and Decarli, P. J. (1974); Damage in steel plates from hypervelocity impact: Part I, Physical changes and effects of projectile material, *J. Appl. Phys.*, 45.
- [40] Bertholf, L. D., et al. (1974), Damage in steel plates from hypervelocity Impact: Part II, Numerical results and spall measurements, *J. Appl. Phys.*, 45.
- [41] 张德良、李荫藩、曹亦明(1981), 成坑爆炸弹塑性分析, 第2届全国爆炸力学学术会议文集。
- [42] 李荫藩、张德良、曹亦明(1981); 二维弹塑性流动计算——欧拉法(未发表)。
- [43] Maenchen, G. and Nuckolls, J. (1961), Calculation of underground explosions, UCRL-6438.
- [44] Hensinkveld, M., Bryan, J., Burton, D. and Snell, C. (1975), Controlled blasting calculations with the TENSOR<sub>74</sub> code; UCRL-51740.
- [45] Orphal, D. L. (1976), Calculations of explosion cratering—I, The shallow-buried nuclear detonation Johnie Boy, 《Impact and Explosion Cratering》: 897.

---

## 第1届中美能源资源环境会议

会议将于1982年11月7—12日在中国北京举行。内容包括：太阳能；煤炭能；风能；地热能；化学燃料；水能；电力系统；能源对环境的影响；能量转换；能源利用的经济问题。

---