

激光等离子体中的非线性波

——朗缪尔孤立子、腔子和峰子

许长根

引言

近代物理学是依所认识自然现象的“线性”特征为基础发展起来的。凡遇到一个复杂的动力学系统，为选定基本模式，习惯分解该系统为自由运动分量和自身相互作用分量两个部分。先认定这种分解有物理意义，然后研究扰动时几种模式相互作用所产生的影响。这样对扰动进行研究常常遇到一些困难。比如，各自扰动结果是发散的，扰动系统不收敛。采用线性化理论曾经获得一定成功，不过线性化理论的应用多少带有特殊性，因为多数情况还是非线性起主要作用。大家都承认非线性系统研究的重要，不过由于缺乏象线性理论中叠加原理那样的普通原则，所以对各种非线性现象的系统研究受到阻碍。

近十几年来通过对色散介质，特别是等离子体中非线性波的广泛研究，初步掌握了令人瞩目的“孤立子”的一些性质。发现目前所知的几乎所有等离子体中振荡模式都能取非线性近似，由具有孤立子类型解的方程来描述，从而提供了求解某些非线性方程的可能。这类方程通常是Zakharov方程、具有自洽势的非线性薛定谔方程，以及KdV方程等。

近几年来孤立子是理论物理和计算物理较为时髦的研究课题之一，它遍及等离子体物理、基本粒子物理、固态物理、天体物理、流体力学、光学和生理学等领域。现在，人们满怀希望地期待：用孤立子概念这把钥匙，也许能打开建立非线性物理的大门。

本文主要讨论激光所产生等离子体中当强激光与等离子体相互作用时，可能出现的非线性波——朗缪尔孤立子(Langmuir Solitons)、腔子(Cavitons)、峰子(Spikons)。所依据的基本方程是Zakharov方程。

1960年发明激光器后不久，许多人便提出用高功率密度激光点燃热核反应，利用惯性约束实现热核聚变问题。但是，做简单估计以后，觉得所需要的激光能量太高，无法实现，这条途径也就没有引起人们广泛注意〔1〕。

1972年美国劳伦斯·利弗莫尔实验室Nuckolls和Wood公布了他们所做理论计算的一些结果〔2〕，正式开辟了核聚变惯性约束途径。基本过程是这样的：利用多路高功率密度激光脉冲，均匀照射微型热核材料靶丸，激光预脉冲或者主脉冲前沿先将靶面表层汽化，在靶周围形成一层稀薄等离子体，这层稀薄等离子体叫电晕层(Corona)，电晕层中有一个面，在这个面上，等离子体频率 ω_p 等于激光频率 ω_L ，我们称这个面为临界面，

激光就是在临界面附近被吸收，靶丸周围形成温度达几千电子伏特高温等离子体。由于电子导热，高温迅速由电晕层向高密度靶丸内部传播，使得大部分靶丸物质被烧蚀而向外喷射，在喷射物质的反冲力作用下，在剩余的靶丸物质中形成球形聚心冲击波，把燃料压紧，造成高密度、高温，在惯性约束下，发生迅猛热核反应，取得能量。打靶束流除用激光之外，也可用电子束，轻重离子束，它们打靶的物理过程虽然各有特点，但在基本问题上有许多相似之处，特别是吸收机制这一点上。本文主要围绕激光吸收做些介绍。

激光在临界面附近，可以通过各种机制被吸收，其中，最简单的一种机制是逆韧致吸收(古典碰撞吸收)[1]。电子在高频电场 $E = e e^{-i\omega t}$ 作用下，快速抖动，抖动速度 $V_0 = eE / (im_e \omega)$ ， ω 是高频振荡频率， e 和 m_e 分别为电子的电荷和质量。这种抖动能量是波的能量一部分，如果电子在抖动过程中发生碰撞，电子离开波，波场也就把能量损失掉。当碰撞是与一个一个离子作库仑碰撞时，这种能量损失就是逆韧致吸收。由于逆韧致吸收，单位时间、单位体积吸收激光能量与激光功率密度、靶子材料原子序数等因素有关。

1976年美国劳伦斯·利弗莫尔实验室Manes等人用高功率密度 $10^{13} - 10^{17} \text{ W/cm}^2$ 钕玻璃激光在Parylene(C_8H_8)平面靶和W玻璃靶上做激光吸收实验[3]。实验结果如图1所示。

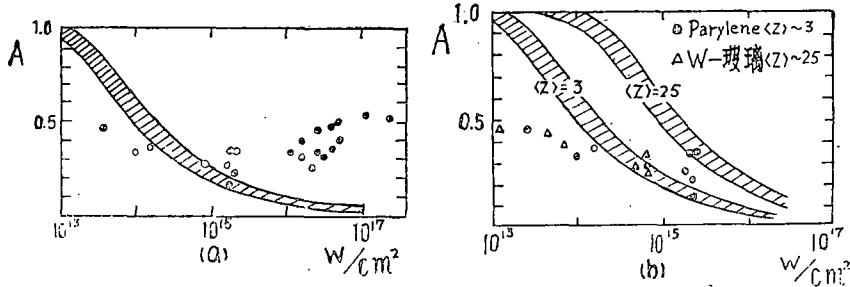


图1 激光吸收实验结果。

横轴是入射激光功率密度 P ，纵轴是吸收激光百分比。图中阴影部分，是用利弗莫尔实验室LASNEX程序在不考虑光压(光的有质动力)对临界面运动的影响下，算得的逆韧致吸收曲线。所有实验点吸收效率分布在20—50%之间，几乎和功率密度无关。W玻璃的有效原子序数(约25)比Parylene的有效原子序数(约3)大得多，但对激光的吸收效率却差不多。由实验点和逆韧致吸收理论曲线对比，可以明显地得出结论：在所研究的功率密度范围内，特别是 $P > 10^{16} \text{ W/cm}^2$ 范围内，逆韧致吸收不是激光的主要吸收机制，反常吸收是主要的(除了逆韧致吸收以外的吸收机制目前都叫作反常吸收)。

当激光开始泵浦时，朗缪尔波场和密度扰动还很小，对朗缪尔波和离子声波的波动方程可做线性化处理，而得出激光激发朗缪尔波和离子声波的衰变不稳定性增长率。随着不稳定性发展，朗缪尔波逐渐增强，非线性项变得重要了，这时，就可以去掉泵浦源项，研究受非线性项影响朗缪尔波所发生的变化。这种以纵向朗缪尔波行为为主的研究

课题已成为非线性波研究一个组成部分，它逐渐发展成一套完整的强朗缪尔湍流理论[4—7]。

不论激光等离子体，还是其它等离子体，它们的实际状态均是一种湍流。如果取等离子体湍流能量 W （波的能量密度）同电子热能 $n_0 T_e$ 之比为 η 的话，就以 $\eta \ll 1$ 还是 $\eta \gtrsim 1$ 来判别湍流是弱还是强。由于泵浦功率很大，致使弱湍流理论仅适用于朗缪尔湍流发展的初始阶段，大部分属于强湍流理论范围。本文所谈的朗缪尔孤立子、腔子和峰子就是强朗缪尔湍流理论中几种基本的非线性波模式。

在强激光所产生的等离子体里边，为什么会产生朗缪尔孤立子、腔子和峰子这些新型非线性波呢？这与大功率激光器或强电子束本身直接有关，新泵浦源必然有新效应，突出一点是出现了调制不稳定性。

一、调制不稳定性

在强激光与等离子体相互作用非线性波研究中，只讨论没有磁场、完全离化的氢等离子体。这种等离子体中只有三种波，一种是横波（电磁波），激光就是这种波，另外二种波是纵波，即朗缪尔波和离子声波。由于我们主要研究激光泵浦之后非线性所产生的影响，所以，可以不考虑泵浦作用。这样，我们主要考虑朗缪尔波和离子声波二种模式。考虑这两种模式时，还有一个条件是：电子温度 T_e 要比离子温度 T_i 高得很多，否则，朗道阻尼太大，离子声波很快被阻尼。

为了简单起见，仅考虑三种非线性作用：首先是朗缪尔波(l)被电子(e)或离子(i)诱导散射及其逆过程：

$$e + l \rightleftharpoons e' + l', \quad i + l \rightleftharpoons i' + l' \quad (1.1)$$

其次，在没有外部磁场情况下，朗缪尔波衰变为离子声波(s)及其逆过程：

$$l \rightleftharpoons l' + s \quad (1.2)$$

如果等离子体湍流理论中，仅考虑(1.1)，(1.2)两种过程，实际只会形成弱湍流。在这二种过程作用之下，朗缪尔波在长波长区域有一种聚集效应，称之为朗缪尔凝聚。弱朗缪尔湍流频谱如图2所示， W_k 是能量密度， k 是波数。

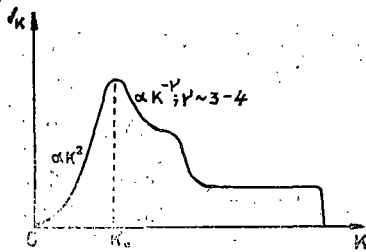


图2. 弱朗缪尔湍流频谱

当朗缪尔波振荡能量比较高，而波的弥散比较弱时，等离子体湍流理论中，除考虑(1.1)，(1.2)两种作用之外，还要考虑一种新的非线性作用，就是调制不稳定性。这种不稳定性首先是由Vedenov和Rudakov以及Gailitis在1964年提出来的。正是由于调制不稳定性作用会使得等离子体从弱湍流状态变为强湍流状态，所以形成朗缪尔孤立子、腔子和峰子等非线性波。那么，我们不禁要问：强激光与等离子体相互作用时，调制不稳定性产生的机制是什么？

在高能泵浦作用之下，当等离子体介质中充满充分大振幅朗缪尔波时，一种等离子体弱湍流理论中曾忽略掉的朗缪尔波辐射压强就变得重要了。该辐射压强的梯度称作有

质动力(Ponderomotive),或称Miller力。如果取高频电场 $E = e e^{-i\omega t} + c.c.$,那么,有质动力 $F = -\nabla[e^2 E^2 / (2m_e \omega^2)]$ 。在有质动力作用之下,在电子等离子体频率 ω_p 等于激光频率 ω_L 的临界面附近,介质密度要发生扰动。开始,有质动力作用于电子,驱使它离开湍流波动能量增加的那个区域。从时间上来看,如果这种作用变化得充分慢,由于等离子体具有准中性这样一个基本性质,离子会跟随电子运动。这样,有质动力既驱使了电子,又移动了离子,使等离子体局部密度开始稀疏。等离子体频率产生非线性漂移,频率变小,而等离子体介质中,折射系数同等离子体频率有关,局部密度稀疏会使折射系数变大。该区域便起着一种“透镜”作用,使得一些朗缪尔波会被局部密度稀疏区域所“捕获”,波在这个区域累积增加,因而有质动力增加。有质动力增长促使密度稀疏和透镜效应势必加强,就会有更多的朗缪尔波被捕获,又促使有质动力进一步增长,直到有质动力与热压强力平衡时为止,否则,过程会继续进行下去。这就是调制作用从开始到发展的过程。正是由于调制作用会使得等离子体在临界面附近同时形成许多局部密度不均匀区域,所以对于这些能捕获波的局部密度不均匀之处我们非常感兴趣,它们就是激光等离子体中非线性波自行产生的地方。就是说,由于调制作用会出现新型动力学运动,所以它们就是本文讲的朗缪尔孤立子、腔子和峰子等非线性波。这些非线性波的产生、传播、变化便决定了临界面附近的物理状态。激光就是在这种复杂的结构中吸收。

美国Valeo和Kruer在1974年用电磁粒子云程序模拟计算了临界面附近出现密度稀疏(凹陷)[8]。结果如图3所示。

从图中可以清楚看出,在某一地点清楚地出现密度凹陷, $n/n_0 < 1$,同时,场强大大加强, $E^2 / (4\pi n T_e) \gg 1$ 。可见,密度凹陷是由于高频电场提供的有质动力排开物质形成的,同时,高频电场被捕获在凹陷中。

1977年美国Attwood等人做了高强度激光吸收实验。采用波长为2650埃的四倍频激光

全息干涉照相技术(分辨率为1微米和15微微秒),测量了临界面附近等离子体的密度分布。证实了高强度激光与等离子体相互作用时辐射压力的重要效应,在有质动力作用之下,临界面皱曲,有大量孔洞产生[9]。

日本Azechi等人用强度为 10^{16} W/cm^2 钕玻璃激光辐照玻璃小球,也清楚地观测到强辐射压强产生了较强的密度调制[10]。

研究表明,在一维和三维两种不同情况中,密度非均匀性发展的结果是不同的。在一维情况里边,可以形成一维稳定非线性波——朗缪尔孤立子。而在三维情况中,却形成不稳定、会坍塌的非线性波——腔子。在调制不稳定性发展后期,又会出现一种以超声速运动、大振幅、短寿命的非线性波——峰子。我们仅就这三种非线性波分别谈一下。

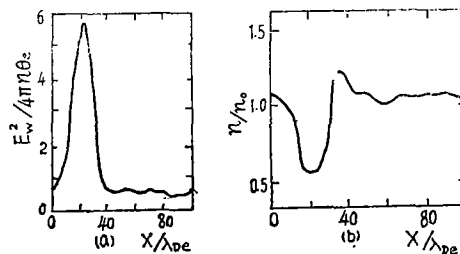


图3 模拟临界面附近出现密度凹陷计算结果

二、朗缪尔孤立子

我们知道，完全电离等离子体是由电子气体和离子气体所组成。因此，一般来说，应把等离子体看成两种导电流体所组成，分别考虑它们的运动，同时考虑它们的耦合，这就是等离子体的双流模型。激光等离子体孤立子的研究就是首先从这种电子和离子的双流体力学模型开始的。这项工作最早是由Zakharov做的[11]。所用的双流体力学方程是

$$\text{连续方程: } \partial n_{\alpha} / \partial t + \nabla \cdot n_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha} = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{运动方程: } n_{\alpha} m_{\alpha} \left(\frac{\partial \mathbf{v}_{\alpha}}{\partial t} + \mathbf{v}_{\alpha} \cdot \nabla \mathbf{v}_{\alpha} \right) = -T_{\alpha} \nabla n_{\alpha} + n_{\alpha} q_{\alpha} \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}_{\alpha} \times \mathbf{B}}{C} \right) \quad (2.2)$$

取 α 为 e 或 i ，分别代表电子或离子气体， q_{α} 是 α 类粒子的电荷，对于氢等离子体， $q_e = -e$ ， $q_i = e$ 。 m_{α} 和 n_{α} 为粒子的质量和粒子数密度。因为离子运动速度 v_i 很小，所以在离子运动方程中忽略磁场对离子的作用力。

电子流体和离子流体之间通过电磁场耦合起来，电磁现象的一般规律满足Maxwell方程：

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\Delta \times \mathbf{B} = \frac{1}{C} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + \frac{1}{C} 4\pi \mathbf{j} \quad (2.4)$$

$$\text{电荷密度: } \rho = -e(n_e - n_i) \quad (2.5)$$

$$\text{电流密度: } \mathbf{j} = -e(n_e \mathbf{v}_e - n_i \mathbf{v}_i) \quad (2.6)$$

然后，Zakharov建立了二种不同时间尺度：由时间 $\tau_i \geq \omega_{pi}^{-1}$ 表征的慢离子时间尺度，以及由时间 $\tau_e \leq \omega_{pe}^{-1}$ 表征的快电子时间尺度。这里， ω_{pi} 和 ω_{pe} 分别为离子和电子等离子体频率。其中 $\omega_{pi}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_i$ ， $\omega_{pe}^2 = 4\pi n_0 e^2 / m_e$ 。这种分法，实际是将电子和离子运动分为高频运动和低频运动二部分分别予以考虑。离子只能作低频运动，调制不稳定性是按慢离子时间尺度变化。

这样，可将离子数密度 n_i 和电子数密度 n_e 写为如下形式：

$$n_i = n_0 + \delta n_i, \quad \delta n_i / n_0 \ll 1 \quad (2.7)$$

$$n_e = n_0 + \delta n_e + \delta n_e', \quad \delta n_e, \delta n_e' / n_0 \ll 1 \quad (2.8)$$

其中， δn_i 和 δn_e 按慢时间尺度变化， $\delta n_e'$ 按快时间尺度变化， n_0 为平衡（离子或电子）数密度。

同样，可写 v_e ， \mathbf{E} ， \mathbf{B} ， \mathbf{j} ， ρ 诸物理量为快和慢二部分。

电子具有比较高的易动性质，可在离子特征时间之内，保证与离子近似电中性，就是说有如下近似关系：

$$\delta n_e \approx \delta n_i \equiv \delta n, \quad \mathbf{v}_e \approx \mathbf{v}_i \equiv \mathbf{v} \quad (2.9)$$

以上各量代入双流体力学方程组和Maxwell方程组，经过推导、化简，并做无量纲化处理[4,5]，去掉离子部分的非线性项和色散项，就得出表示高频复数电场 $\tilde{E} = E_0(\mathbf{r}, t) e^{-i\omega_p t} + \text{c.c.}$ 的振幅 E_0 和密度变化 δn 的Zakharov方程：

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \left[i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \right) \varepsilon \right] = \frac{\partial}{\partial \xi} \cdot (v \varepsilon) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} - \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \right) v = \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \right) |\varepsilon|^2 \quad (2.11)$$

引入的无量纲变量是

$$\left. \begin{aligned} \xi &= \frac{r}{r_d} \sqrt{\frac{\mu}{3}} ; \quad \tau = \frac{\omega_p \varepsilon \mu t}{2} ; \quad v = \frac{\delta n}{n_0 \mu} \\ \varepsilon &= \sqrt{\frac{E_0}{4 \pi n_0 T_0 \mu}} ; \quad \mu = \frac{4}{3} \frac{m_e}{m_i} \end{aligned} \right\} \quad (2.12)$$

在电场方程(2.10)中, 第一项表示 ε 对时间的慢依赖性, 第二项表示由于电子热运动所产生的线性弥散效应, 右边 $v\varepsilon$ 是个非线性作用项, 表示由于低频密度扰动所产生的局部等离子体频率漂移, 或者说, 由于有质动力使等离子体密度减小效应。方程(2.11)是个非齐次离子声波方程, 右边 $|\varepsilon|^2$ 项是驱动项, 它来自施加到电子上的朗缪尔波有质动力, 而离子所受的高频振荡影响, 是通过受有质动力作用的电子所产生的慢变场实施的。

在一维情况下, Zakharov方程形式是

$$i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \varepsilon = v \varepsilon \quad (2.13)$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \right) v = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} |\varepsilon|^2 \quad (2.14)$$

特征速度 $u = \frac{\xi}{\tau}$ 是以离子声波速度 v_0 为单位测量, $v_0^2 = T_e/m_i$ 。

当求方程(2.14)行波解时, 可得 $v = -\alpha |\varepsilon|^2$ (2.15)

$$\alpha = \begin{cases} \frac{1}{1-u^2} , & \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} \ll u \ll 1 \\ \frac{T_e}{T_e + T_i} , & u \ll \sqrt{\frac{T_i}{T_e}} \end{cases} \quad (2.16)$$

等式(2.15)说明, 空间密度稀疏与 $|\varepsilon|^2$ 最大值有关, 朗缪尔波场产生一个与它一起运动的密度稀疏区域。

众所周知, 在色散介质中传播的波包是不稳定的, 因为有弥散效应使波包散开变宽。另外, 流体力学告诉我们, 非线性效应可以使波阵面变陡, 波包更加变窄。而在Zakharov方程(2.13), (2.14)里边, 弥散项和非线性项同时存在。线性弥散和非线性吸引二种趋势相平衡, 就使二种相反效应相互抵消, 因而, Zakharov方程(2.13), (2.14)可以具有稳定的非线性波解。取该解形式为

$$\varepsilon = a(\xi - u\tau) e^{i\phi} \quad (2.18)$$

它满足 a 仅是 $\xi - u\tau$ 的函数要求和当 $\xi \rightarrow \pm \infty$ 时, $a \rightarrow 0$ 边界条件。将(2.18)代入Zakharov方程(2.13), (2.14), 经过求解, 得稳定的孤立子解, 称之为朗缪尔孤立子:

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_0 \exp[-i\Omega\tau + i(u/2)(\xi - u\tau) + i\Phi_0]}{\cosh[\varepsilon_0 \sqrt{\alpha/2}(\xi - u\tau) + \xi_0]} \quad (2.19)$$

$$\Omega = (-u^2/4) - (\alpha/2)\varepsilon_0^2$$

$$v = -\alpha|\varepsilon|^2 = -\alpha \frac{\varepsilon_0^2}{\cosh^2[\varepsilon_0 \sqrt{\alpha/2}(\xi - u\tau) + \xi_0]} \quad (2.20)$$

这里, ε_0 是朗缪尔孤立子振幅, Φ_0 和 ξ_0 分别为朗缪尔孤立子初始相位和初始位置, Ω 是朗缪尔孤立子的频率漂移, v 是密度凹陷。如果取 $\eta = \varepsilon_0 \sqrt{\alpha/2}$, 则密度凹陷深度等于 $-\alpha\varepsilon_0^2$, 即 $-2\eta^2$ 。而密度凹陷宽度等于 $\sqrt{2}/(\varepsilon_0 \sqrt{\alpha/2})$, 即 $1/\eta$ 。

1972年由Rudakov首先研究和给出(2.19)这种形式朗缪尔孤立子解[12]。朗缪尔孤立子是一个个间隔开的孤立的朗缪尔波包。 u 为孤立波包群速度。由于朗缪尔波场是个复数场, 波的包络可以是定域的, 我们也称这种定域波的包络为包络孤立子。它是由频率小于平衡等离子体频率的朗缪尔振荡所组成, 该振荡被密度稀疏区域所捕获, 由朗缪尔波的有质动力维持与热压强力之间自洽性。朗缪尔孤立子可以被认为是一维调制不稳定性产生的自然结果。

为了俘获朗缪尔波形成朗缪尔孤立子, 必须要有密度稀疏, 也就是说, v 必须取负值。而 $v = -\alpha|\varepsilon|^2$, 这样, α 必须取正值, 对于 $T_e \gg T_i$ 非等温等离子体, 就要求 $1 - u^2 > 0$, 换回量纲单位 $v < v_s$, 即 Zakharov 方程(2.13), (2.14) 仅对亚声速运动的朗缪尔孤立子有效。

从一般孤立子物理定义来看, 孤立子是具有如下二个性质的一种非线性波[13]:

1. 传播过程中, 不改变它的性质脉冲状定域波, 其性质诸如形状、速度等等。
2. 定域波传播不失它们个体性, 在相互碰撞过程中, 它们是稳定的。就是说, 孤立子行为如同粒子。

朗缪尔孤立子基本具有一般孤立子的性质, 它的整个密度扰动和复数电场振幅均以定常速度 u 运动, 在 $\xi \rightarrow \pm\infty$ 时, 它们都为零。

Zakharov 方程(2.10), (2.11) 有三个守恒关系式, 即能量 H 守恒、动量 P 守恒和粒子数 N 守恒:

$$H = \int \left[\left| \frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \varepsilon \right|^2 + v|\varepsilon|^2 + \frac{v^2 + v'^2}{2} \right] d\xi \quad (2.21)$$

$$P = \frac{1}{2} \int \left[i\varepsilon^* \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \varepsilon \right) - i\varepsilon \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \varepsilon^* + 2vv' \right) \right] d\xi \quad (2.22)$$

$$N = \int |\varepsilon|^2 d\xi, \quad \frac{\partial v}{\partial \tau} = -\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot v \quad (2.23)$$

将朗缪尔孤立子特解代入上边三个守恒关系式中, 便得对于 $\varepsilon_0 \gg 1$ 单个朗缪尔孤立子能量 H 、动量 P 和粒子数 N 的一般表达式:

$$H = -(1/3)\varepsilon_0^3 \alpha \sqrt{2\alpha} (1 - 5u^2) \quad (2.24)$$

$$P = 4/3 u \varepsilon_0^3 \alpha \sqrt{2\alpha} \quad (2.25)$$

$$N = 2\sqrt{2/a_0}\epsilon \quad (2.26)$$

现在,就容易理解为什么在一维情况下,朗缪尔波的有质动力与热压强之间存在着平衡。由于粒子数守恒,有 $|\epsilon|^2\xi_0 = \text{常数}$,即 $|\epsilon|^2 \sim 1/\xi_0$, ξ_0 是密度凹陷特征尺寸,对有质动力来说,则有 $F\epsilon \sim \partial|\epsilon|^2/\partial\xi \sim 1/\xi_0^2$ 。而朗缪尔波被稀疏区域捕获的条件是 $\delta n/n_0 \approx k^2 r_d^2$ [17], r_d 是德拜长度,则有 $\delta n \sim 1/\xi_0^3$,这样,对于压强有力 $F_T \sim (\partial/\partial\xi)T\delta n \sim 1/\xi_0^3$ 。因此, ξ_0 偏离平衡值的任何增加会使得有质动力占优势,该力使 ξ_0 减小,而 ξ_0 从平衡值的减小,又会使得压强力增加,它又促使 ξ_0 增加,最后, ξ_0 还是维持在平衡值附近,使朗缪尔孤立子呈现稳定状态。

朗缪尔孤立子所具有的稳定性不仅克服了量子力学中波包随时间弥散的缺点,而且保持了对初始条件扰动的稳定性,说明朗缪尔孤立子含有粒子性与波动性二重性,在它身上将经典力学的粒子性和量子力学的粒子波动性综合体现出来。

由于朗缪尔孤立子在空间是定域化的,Kingsep, Rudakov和Sudan在1973年提出 [14]:可以设想一个分离的朗缪尔孤立子系综,如果朗缪尔孤立子相互之间距离大于朗缪尔孤立子本身宽度,便可以将它们看作孤立子“气体”,以此来研究孤立子之间作用,它们具有比真实粒子碰撞那种简单相位移动要丰富得多的内容。比如在朗缪尔孤立子“气体”中,朗缪尔孤立子聚合、分裂和不同振幅朗缪尔孤立子相互作用同时存在。在文献 [15]中,通过数值模拟计算,对具有各种性质的朗缪尔孤立子相互作用做了广泛研究。他们发现,只有朗缪尔孤立子的质量非常接近于另一个朗缪尔孤立子质量时,才会发生有效的相互作用。二个碰撞的朗缪尔孤立子之间,质量相差愈大,它们相互作用的效果也愈小。这种作用会引起朗缪尔孤立子能量改变,同时,朗缪尔孤立子形状和相对速度也发生变化。图4—7给出了这些相互作用过程的几种图象。当二个全同朗缪尔孤立子对头碰时,它们或者彼此通过,或者聚合依赖于它们的振幅。受能量守恒定律所要求,二个朗缪尔孤立子聚合时,仅当以离子声波形式释放一定能量之后方能聚合。

当孤立波包特征速度 $u \ll 1$ 时,可以采用静态近似,取 $u = 0$,这样,(2.16)中 $\alpha = 1$, $v = -|\epsilon|^2$,Zakharov方程就变成非线性薛定谔方程

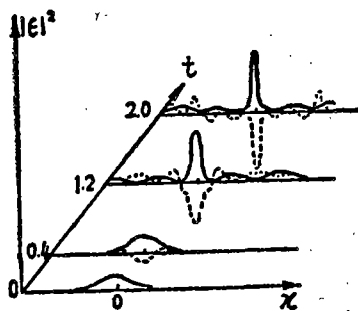


图4 由初始波包凝聚成朗缪尔孤立子

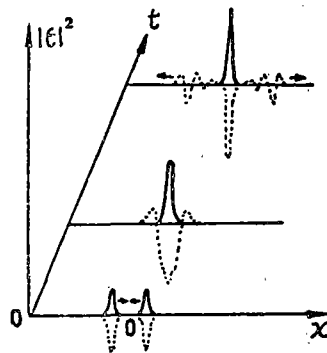


图5 具有较大振幅二等同朗缪尔孤立子相互聚合,同时发射离子声波

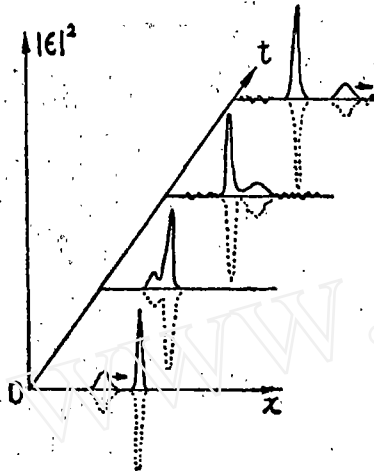


图 6 具有不同质量的二个朗缪尔孤立子相互作用
(一个轻孤立子碰撞一个重孤立子)

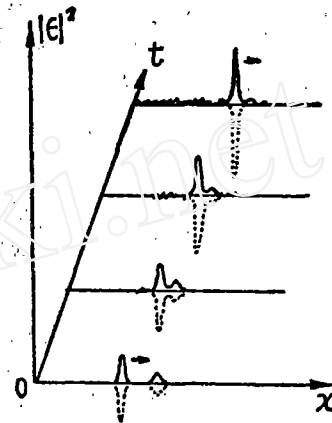


图 7 具有不同质量的二个朗缪尔孤立子相互作用
(重孤立子吃掉轻孤立子)

$$i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial \xi^2} + |\varepsilon|^2 \varepsilon = 0 \quad (2.27)$$

Zakharov和Shabat用反演散射法对方程进行了严格解析求解[16]。所得孤立子解是

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_0 \operatorname{sech} \left[\frac{1}{2} \varepsilon_0 \sqrt{2} (\xi - u\tau) \right] \exp \left[-i\Omega\tau + i \frac{u}{2} \xi \right] \\ \Omega &= (u^2/4) - (1/2)\varepsilon_0^2 \end{aligned} \right\} \quad (2.28)$$

Der Haar 分析了小马赫数范围内, Zakharov方程和非线性薛定谔方程之间一些关系[17]。

强激光所激励朗缪尔波的传播, 除受上边所考虑的电子非线性影响之外, 还会受到密度梯度、热弥散等因素的影响。Morales和Lee数值计算表明, 在适当泵浦和密度特征长度充分大情况下, 受这些效应影响, 也会导致临界面处朗缪尔孤立子形成。朗缪尔孤立子形成之后, 它在次临界密度方向受到密度梯度加速。在临界面附近, 在对流朗缪尔孤立子后边, 以再现形式新朗缪尔孤立子连续形成[18, 19]。

Chen和Liu用非线性薛定谔方程, 解析研究了非均匀介质中非线性波的传播[20, 21]。他们考虑一束激光斜入射到具有非均匀密度 $n = n_0 [1 + (x/L)]$ 等离子体平板上, 这里, L 为未扰动密度特征长度。在临界面附近 ($x=0$), 激光激励朗缪尔波, 写朗缪尔波慢变振幅 $\varepsilon(x, t)$ 方程为如下无量纲形式:

$$i \frac{\partial \varepsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \varepsilon}{\partial x^2} + 2 \left(|\varepsilon|^2 - \alpha x + \frac{i\Gamma}{2} \right) \varepsilon = \varepsilon_0 \theta(t) \quad (2.29)$$

$\varepsilon_0 = E_0 \varphi(s) / (2\pi k_0 L)^{1/2}$; $\varphi(s)$ 是共振函数, $s = (k_0 L)^{1/3} \sin \beta$, $\beta = \tan^{-1} k_{\perp} / k_{\parallel}$; $\alpha = 1/(2L)$; $t = \tau - \omega, y / (3k_{\perp} v_e^2)$ 是变化的时间变量; Γ 是碰撞阻尼率; $\theta(t)$ 是Heaviside步长函数。对于所表示的无量纲变数, 时间量纲取 ω_p^{-1} , 空间长度量纲取 r_e , ε 量纲

取 $4(\pi nT)^{1/2}$ 。如果方程(2.29)没有非线性项的话,通过变量变换,可以用格林函数方法解析求解。在几个离子等离子体振荡周期之后,增长的朗缪尔波场已比 ϵ_a 大得多,方程(2.29)中非线性项开始起作用,作为一级近似,可以略去 ϵ_a ,没有激励场而具有非线性项的方程可以利用逆散射方法严格求解[22],得 N -孤立子解,取单孤立子解的形式为

$$\epsilon = A(x, t) \exp[i\varphi(x, t)] \quad (2.30)$$

其中

$$A = 2\eta \operatorname{sech} 2\eta(x + 2\alpha t^2 - 4\xi t - x_0)$$

$$\varphi = 2(\xi - \alpha t)x - 4[(1/3)\alpha^2 t^3 - \alpha\xi t^2 + (\xi^2 - \eta^2)t] + \varphi_0$$

这里 φ_0 是朗缪尔孤立子初始相位, $4(\xi - \alpha t) = v_s$, 是初始速度为 4ξ 的孤立子在时间 t 所具有的群速度。这种孤立子具有负加速度, 如果 $\xi > 0$, 孤立子先向超临界密度区域做减速运动, 在 $t = \xi/\alpha$ 时刻, 它运动到 $x_T = x_0 + 2\xi/\alpha$, 此处是截断点, 孤立子速度改变符号, 孤立子反射, 并受密度梯度加速, 向亚临界密度方向运动。在传播过程中, 孤立子的高度和宽度不发生变化。

Chen和Liu取密度梯度 α 和泵浦场 ϵ_a 之比为 $\bar{\alpha}$, $\bar{\alpha} = \alpha/\epsilon_a$, 这个比值基本反映了所考虑问题非线性程度。如果 $\bar{\alpha} \gg 1$, 问题基本是线性的, 没有孤立子生成, $\bar{\alpha} \approx 1$, 有单一孤立子存在, 如果 $\alpha \ll 1$, 则有多孤立子解出现。

Chen和Liu等人除研究非均匀临界面附近孤立子问题之外, 还分析了1/4临界密度附近, 受双等离子体波衰变和Raman反向散射二种非线性过程影响孤立子问题[23]。

Anderson, Bondeson和Lisak将含有泵浦项, 密度梯度和线性阻尼项的非线性薛定谔方程(2.29), 按严格变分法重列进化方程, 给出单个孤立子产生过程近似描述, 结合计算, 较为细致地讨论了临界面附近朗缪尔孤立子的生成[24, 25]。

1977年苏联Antipov等人用外加电场和电子束二种方法产生朗缪尔波, 做了大振幅朗缪尔波自行凝聚成朗缪尔孤立子的实验[26]。他们证明了准一维朗缪尔孤立子的存在, 其大小与理论估计相符, 的确形成一种相对稳定结构。这种孤立子所具有的能量密度 $W/(nT) \approx \delta n/n \approx 5-10\%$, 尺寸 $\Delta \approx 20r_d$, $r_d (\sim 10^{-8} \text{cm})$ 为德拜长度, 测得孤立子寿命超过几万个朗缪尔振荡周期, 它跟随运动等离子体的平均自由程超过40到50厘米, Schamel在[27]中概括谈了有关朗缪尔孤立子实验, 指出虽然在多数实验里边, 还没有很好做到一维, 不过, 所观察到的定域结构反映了朗缪尔孤立子性质, 使得我们可以认定它们。

三、腔 子

对于真实三维空间孤立子问题, 由于缺乏非线性偏微分方程普遍数学理论, 所以这个问题发展得不太成熟, 现在还不宜做深入评论。前几年, 很多文章是研究充分对称的稳恒解, 即考察球对称情况, 该种问题从数学观点来看, 还是一维的。

Zakharov分析了球对称情况[11, 28]。取静态近似, 并设有球对称势:

$$\varphi = \psi(r, t) \exp(-i\omega_r t) + \text{c. c.}, \quad \mathbf{E} = -\nabla\varphi \quad (3.1)$$

(3.1)代入方程(2.10)并取 $u = \partial\psi/\partial r$, 便得一个类似于非线性薛定谔方程的方程

$$i \frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} r^2 u \right] + |u|^2 u = 0 \quad (3.2)$$

方程(3.2)具有粒子数密度 N 守恒和能量 H 守恒:

$$N \equiv I_1 = \int_0^\infty dr r^2 |u|^2 \quad (3.3)$$

$$N \equiv I_2 = \int_0^\infty dr \left[\left| \frac{\partial(ur)}{\partial r} \right|^2 + 2|u|^2 - \frac{1}{2} r^2 |u|^4 \right] \quad (3.4)$$

$$\text{Zakharov 计算了空间大小随时间的变化。取 } A \equiv \langle r^2 \rangle \equiv \int_0^\infty dr r^4 |u|^2 \quad (3.5)$$

$$\text{得 } \frac{d^2}{dt^2} \langle r^2 \rangle = 6I_2 - 2 \int_0^\infty \left| \frac{\partial(ur)}{\partial r} \right|^2 dr - 4 \int_0^\infty r^2 |u|^4 dr < 6I_2 \quad (3.6)$$

从分析看出, 随时间发展, A 不断缩小, 说明它不稳定, 到某时刻, I_2 变成负值, 而由 $\langle r^2 \rangle$ 定义不能为负, 所以, 会发生奇异现象, 即对于具有 $H < 0$ 的任何球对称运动, 将会出现坍塌, 在 $r=0$ 处出现奇点。说明在三维情况下, 与朗缪尔孤立子类似的稳定结构是不存在的。

1972年Zakharov受光束自聚焦现象启发(具有不均匀光斑的激光在等离子体中传播时, 会由于自聚焦而成丝), 提出了朗缪尔波坍塌的概念[11]。他认为, 实际等离子体强朗缪尔湍流状态会分解为一系列不相互作用, 或弱相互作用, 会坍塌的特殊波型区域, 称之为腔子。具体点说, 就是在三维调制不稳定性作用之下, 湍流在空间会逐步形成相互分离、具有较高场强、低离子密度、具有坍塌趋势称之为腔子的一种非线性波。腔子的坍塌一直到接近某一奇点[11], 在该奇点处:

$$\frac{\delta n}{n_0} \approx 1, \quad \frac{\Delta r}{r_d} \approx 1, \quad \frac{|E|^2}{2\pi n_0 T} \approx 1 \quad (3.7)$$

这个奇点称为空腔奇点或腔子。说明腔子定义包含二个内容: 一个是具有坍塌趋势的较高场强、低离子密度特殊波形区域。另外, 就是坍塌到最后所接近的那个奇点。目前, 尚未证明Zakharov方程奇异点的存在, 也就是说, 还没有严格证明调制坍塌问题奇异点的存在。

腔子与朗缪尔孤立子的区别在于: 由于三维凝聚性太强, 腔子会出现坍塌, 而朗缪尔孤立子在一维扰动情况下是一个稳定结构。在三维三个方向尺寸等同情况下, 有质动力大于压力, 两者之间的均衡不可能建立起来, 压力力不能停止自凝缩。这样, 从腔子里边被有质动力驱逐出来的等离子体要比热压强作用进入到腔子的等离子体要多。

从湍流等离子体物理学及其应用观点来看, 一个基本问题是, 朗缪尔波坍塌能否使得朗缪尔振荡的能量通过某种机制传递给大部分电子。经过研究认为, 从原则上来说, 坍塌能够作为朗缪尔湍流耗散一种有效机制, 形成向 k 空间大波数区域输运能量一种有效方法[29]。腔子坍塌一直到腔子尺寸为几个德拜长度, 这时, 朗道阻尼开始起作用, 通过波与粒子共振相互作用, 能有效地把腔子湍流能量交给速度空间尾瘤分布电子, 使其成为快粒子(超热电子), 直到这时, 坍塌才停止。

在腔子塌坍凝缩过程中,某些自型运动能够先后出现,以离子声波速度 v_s 为单位来衡量,它们是腔子亚声速自凝缩、超声速自凝缩以及近声速自凝缩过程,分别称之为亚声速腔子、超声速腔子和近声速腔子,各种腔子存在时间远小于整个坍塌时间。

可以证明〔5〕,自凝缩的腔子,在不同方向具有不同凝缩速率,因而,不同方向特征尺寸也不同,使腔子形状类似所烙的“薄饼”(Pancake)。薄饼型腔子的形成是一个必然结果,由于初始条件可能各向异性,凝缩将优先发生三维空间某个方向,在这个方向上,一种近似的有质动力与热压强力均衡会建立起来,而整个三维均衡不可能建立,凝缩将继续下去。见图8。

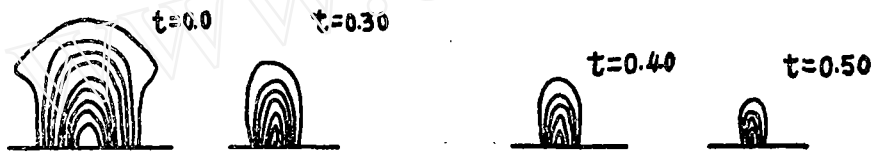


图8 数值模拟轴对称薄 腔子坍塌,实线对应于 e^2 恒定值

可以依据Zakharov方程,通过量纲分析,找出各种腔子运动自型解〔4〕。先分析厚度有为 ξ_0 ,半径 $R \gg \xi_0$ 亚声速腔子。假设腔子中粒子数是守恒的,

$$\int |e|^2 d\xi \cong \pi R^2(\tau) \xi_0(\tau) |e_0(\tau)|^2 = \text{常数} \quad (3.8)$$

取一级近似,忽略方程(2.10)中对时间微分项,可以得到如下估计:

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \cdot \frac{\partial}{\partial \xi} \varepsilon \cong \frac{\varepsilon_0}{\xi_0^2}; \quad \varepsilon_0^2 \sim \frac{1}{\xi_0^2} \quad (3.9)$$

利用(3.8),有 $R^2(\tau) \sim \xi_0(\tau)$ 。假设电场相位主要是在 R 距离内变化,取近似有可:
 $R\xi_0 \sim \tau$ 或 $\xi_0^3 \sim \tau^2$, $\xi_0 \sim \tau^{2/3}$, $R \sim \tau^{1/3}$ 。这样,就可以给出亚声速自凝缩腔子自型解

$$\varepsilon \cong \frac{1}{\tau^{1/2}} \phi\left(\frac{\xi}{\tau^{2/3}}, \frac{R}{\tau^{1/3}}\right) \quad (3.10)$$

ϕ 是由初始条件确定的 ξ 和 R 的函数。 $\tau = t_0 - t$, t_0 是坍塌奇点出现时刻。(3.10)这类自型解只依赖于 r 和 τ ,它描绘了在所需要的一定时间间隔 t_0 ,对 $r=0$ 点的一种坍塌,这种自型解仅在奇异点附近有效。

对应于亚声速腔子自型解,密度稀疏是

$$v \cong \frac{1}{\tau^{2/3}} \psi\left(\frac{\xi}{\tau^{2/3}}, \frac{R}{\tau^{1/3}}\right) \quad (3.11)$$

当 $\tau \cong 1$ 时,有 $\varepsilon \cong 1$, $v \cong 1$,即 $\delta n/n_0 \cong m_e/m_i = 1/1837$,密度变化很小。

借助于分析,可以给出腔子亚声速运动特征速度:

$$u \cong \xi/\tau \sim \tau^{2/3}/\tau \sim (1/\tau)^{1/3} \quad (3.12)$$

随着时间 t 的发展, τ 越来越小,特征速度 u 越来越大。当 $\tau < 1$ 时, $u > 1$,即 $v > v_s$ 。

亚声速腔子变成了超声速腔子,说明(3.10)是仅存在于一定时间间隔的一种自型解。

下边分析一下超声速腔子。数值模拟计算表明,腔子超声速自凝缩过程中“薄饼”形状不是非常显著, R 比 ξ_0 大,不过,它们之比仅是 3 左右。为了使问题分析简化,只考虑腔子所有方向尺寸是相同数量级情况。

前边已经说了,当 $\tau < 1$ 时,运动是超声速的。当 $\tau \ll 1$ 时,在离子声波方程(2.11)中 $\partial^2 v / \partial \tau^2$ 项起主要作用,忽略 $\nabla^2 v$ 项,有

$$\partial^2 v / \partial \tau^2 \cong \nabla^2 |\varepsilon|^2 \quad (3.13)$$

这样,得 $v \cong (\tau^2 / \xi^2) |\varepsilon|^2$ 。略去电场方程(2.10)中 $i(\partial / \partial \tau)$ 项,有: $|\varepsilon|^2 \sim 1 / \tau^2$, 即 $|\varepsilon| \sim 1 / \tau$ 。假设 $N \sim |\varepsilon|^2 \xi_0^3 = \text{常数}$, 有: $\xi \sim \tau^{2/3}$ 。可以给出腔子超声速凝缩自型解:

$$\varepsilon \cong \frac{1}{\tau} \phi' \left(\frac{\xi}{\tau^{2/3}} \right), \quad v \cong \frac{\tau^2}{\xi^2} |\varepsilon|^2 = \frac{1}{\tau^{4/3}} \psi' \left(\frac{\xi}{\tau^{2/3}} \right) \quad (3.14)$$

在腔子超声速自凝缩过程中,离子声波的发射可能起重要作用,如果发射总能量是腔子初始能量大小,该发射过程能增加自凝缩速率。

数值模拟计算发现,腔子超声速凝缩会变成接近但又小于离子声波速度的近声速凝缩。对于近声速腔子,可以假设 $\xi \approx \tau$, 则有 $v \cong -|\varepsilon|^2$; $|\varepsilon|^2 R^2 \xi = \text{常数}$; $|\varepsilon|^2 \sim 1 / \xi^2$, 即 $R^2 \sim \xi \sim \tau$; 可以给出近声速自凝缩腔子自型解是

$$\varepsilon \cong \frac{1}{\tau} \phi'' \left(\frac{\xi}{\tau}, \frac{R}{\sqrt{\tau}} \right) \quad (3.15)$$

这个自型解能够凝缩到热粒子所产生的朗道阻尼变得重要的那种尺寸大小。

值得我们注意的是,不管这些年在腔子坍塌问题上做了多少工作[4,5,11,30—32],即使计算机模拟做了一些探索[28,33,34],但是,还是一直没有从数学上严格证明坍塌问题。目前,对腔子之间的相互作用还知道得不多,如果这种作用足够地强,就可能完全阻止坍塌,这样,上边把腔子看成单一整体的分析失去意义。

四、峰子

某些数值计算表明,调制不稳定性发展的后一阶段,能够形成一种新型孤立子非线性运动,这类孤立子有比离子声波速度还要快的速度和迅速被阻尼,我们称之为峰子[36]。在没有快粒子情况下,有二种存在峰子的可能性。

1. 反孤立子。任何粒子均有相应反粒子,朗缪尔孤立子同样有反孤立子,后者是将朗缪尔孤立子所具有的边界条件 $\xi \rightarrow \pm \infty$ 时, $|\varepsilon| \rightarrow 0$, 用 $|\varepsilon| \rightarrow \varepsilon_*$ 常数代替。朗缪尔孤立子密度凹陷是 $v = -|\varepsilon|^2 / (1 - u^2)$, 而反孤立子密度凹陷则是: $v = -(\varepsilon_*^2 - |\varepsilon|^2) / (u^2 - 1)$, 这样,有

$$|\varepsilon|^2 = \varepsilon_*^2 - \varepsilon_0^2 / \{ \cosh[(\xi - u\tau)\varepsilon_0 / \sqrt{2(u^2 - 1)}] \}^2 \quad (4.1)$$

反孤立子以超声速运动,它的形成和相互作用过程正在研究,不过很明显,它仅能被快粒子所阻尼。

2. 考虑朗缪尔波场较高次非线性作用, 有峰子产生[4,35]。在前边介绍的内容里边, 为了简化分析, 非线性项一般只取到3次方, 略去了朗缪尔波电场较高次非线性项的影响。实际上, 所略去的项在某些情况里边对问题的研究也是重要的。如果 $\epsilon_0^2 \chi \gg |u^2 - v_s^2|^2$, $u > v_s$, 则Zakharov方程变为

$$i \frac{\partial \epsilon}{\partial \tau} + \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \xi^2} = - \left[\frac{|\epsilon|^2}{v_s^2 - u^2} + \frac{\chi |\epsilon|^4}{(u^2 - v_s^2)^3} \right] \epsilon \quad (4.2)$$

这里, $\chi = \frac{\mu (T_e^{(1)})^3}{2T_e (T_e^{(1)})^2}$; $\mu = \frac{4}{3} \frac{m_e}{m_i}$; $\frac{i}{T_e^{(1)}} \approx -\frac{1}{m_e} \int \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial v} dv$

$$\frac{1}{(T_e^{(1)})^2} = \frac{1}{m_e^2} \int \frac{1}{v} \frac{\partial}{\partial v} \frac{1}{v} \frac{\partial \Phi}{\partial v} dv; \quad T_e = m_e \int v^2 \Phi^{(e)} dv$$

$$v_s = \sqrt{\frac{T_e^{(1)}}{T_e}}$$

方程(4.2)中较高次非线性项占主要地位, 考虑它们之后, 调制不稳定性会使得一个初始均匀的电场变为仅有(5-7) r_e 大小, $|E|^2 / (4\pi n_0 T_e) \cong 1$ 的一种快孤立子, 它有较短寿命(0.1 ω_p^{-1}), 而湍流能量如此之大, 竟同粒子热能相当。正是由于该种孤立子这些特性而起名为峰子, 它是一种大振幅和短寿命非线性波。经过求解方程(4.2), 得峰子解为

$$\left. \begin{aligned} \epsilon &= \frac{\epsilon_0 \exp[-i\Omega\tau + i(u/2)(\xi - u\tau)]}{\sqrt{\cosh \frac{\sqrt{\chi} \epsilon_0^2}{\sqrt{3}(u^2 - v_s^2)^{2/3}}(\xi - u\tau)}} \\ \Omega &= \frac{u^2}{4} - \frac{\epsilon_0^4 \chi}{3(u^2 - v_s^2)^3} \end{aligned} \right\} \quad (4.3)$$

由于非线性朗道阻尼作用, 会使解(4.3) 振幅 ϵ_0 减小, 而 u 还保持不变, 这样, 会使这类峰子存在条件 $\epsilon_0^2 \chi \gg |u^2 - v_s^2|^2$ 受到破坏, 峰子解体消失。

3. 快粒子存在情况下, 最有希望出现峰子。最重要和最有希望出现峰子还是在快粒子存在情况, 这是因为快粒子能够改变朗缪尔波色散关系, 调制不稳定性发生变化, 致使峰子产生。

如果主要考虑没有热粒子加热情况, 外源能量直接交给快粒子, 这样, $n' \gg T' n_0 T_e$ 。同时, 快粒子温度 $T' \gg T_e$ 和密度 $n' \ll n_0$ 。朗缪尔波色散关系是:

$$\omega_k^2 \cong \omega_{pe}^2 - \frac{\omega_{pe}^3}{2k^2 v_{Te}^2} \frac{T_e n'}{T' n_0} - i \frac{\omega_{pe}^4}{2k^3 v_{Te}^3} \sqrt{\frac{\pi n'}{2 n_0}} - \frac{3k^2 v_{Te}^2}{\omega_{pe}} \quad (4.4)$$

当 $\omega_{pe} / v_{Te} \gg k \gg \omega_{pe} / v_{Te}$ 时, 朗缪尔波受快粒子的阻尼是很小的, 不过, 朗缪尔波的色散主要由快粒子确定, 我们可以忽略(4.4)中阻尼项和冷等离子体色散分量, 得

$$\omega_k^2 \cong \omega_{pe}^2 - (\beta^2 / k^2), \quad \beta^2 = \omega_{pe}^3 T_e n' / (2v_{Te}^2 T' n_0) \quad (4.5)$$

取(4.5)近似色散关系的必要条件是

$$T_0/T' \ll k^2 r_D^2 \ll \sqrt{T_0 n' / (T' n_0)} \quad (4.6)$$

根据新的色散关系, 可以写出描述这种新湍流方程

$$\frac{\partial^2}{\partial \xi^2} \left(i \frac{\partial}{\partial \tau} - v \right) \varepsilon = \varepsilon, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial \tau^2} - \frac{\partial^2 v}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2}{\partial \xi^2} |\varepsilon|^2 \quad (4.7)$$

这里采用的无量纲变数与Zakharov方程稍有不同:

$$v = \frac{\delta n}{2n_0} \sigma^{1/3}; \quad \varepsilon = \frac{E}{\sqrt{8\pi n_0 T_0}} \sigma^{1/3}; \quad \tau = \frac{t \omega_{pe}}{\sigma^{1/3}}$$

$$\xi = \frac{\chi \omega_{pe}}{v \sigma^{1/3}}; \quad \sigma = \frac{2m_i n_0 T'}{m_e n' T_0}$$

方程(4.7)若有孤立子解, 则非线性项需是正的, 意味着该孤立子(峰子)将以超声速运动, 即 $v = |c|^2 / (u^2 - 1)$, $u > 1$ 。Tsytovich取方程(4.7)孤立子解为[36]

$$\varepsilon = \varepsilon_0 y e^{-i\Omega\tau}; \quad \Omega = \frac{3}{2(u^2 - 1)} \varepsilon_0^2$$

$$\bar{\xi} = (\xi - u\tau) \left(\frac{2(u^2 - 1)}{3\varepsilon_0^2} \right)^{1/2}$$

于是有
$$\left(\frac{dy}{d\bar{\xi}} \right)^2 = \frac{y^2(1-y^2)}{(1-2y^2)^2} \quad (4.10)$$

显然, $y=0$ 和 $y=1$ 是二个转折点。当 $\bar{\xi}=0$ 时 $y=1$, 当 $\bar{\xi} \rightarrow \pm\infty$ 时 $y=0$ 。在这之间还有 $y^2=1/2$, 该处 $dy/d\bar{\xi} \rightarrow \pm\infty$ 。说明峰子有较陡的梯度, 类似击波。较陡梯度的存在, 使得峰子被热粒子耗散。峰子较为突出的一个特点是它的宽度

$$\xi_0 = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{\varepsilon_0}{\sqrt{u^2 - 1}} \quad (4.11)$$

峰子宽度同它的振幅 ε_0 成正比, 替代了朗缪尔孤立子振幅同宽度成反比。这就可以得出一个重要结论: 对于三维扰动来说, 峰子是稳定的, 坍塌是不可能的。这是因为密度非均匀尺寸的增加或减小, 会使得峰子振幅同样增加或减小, 这样, 就不可能坍塌。

综合以上所述, 高功率激光输入给等离子体, 在临界面附近, 预计产生如下过程[36]: (1)输入能量开始是存入朗缪尔波。(2)朗缪尔凝聚时, 能量聚集。(3)达到调制不稳定性阈值后, 调制不稳定性发展, 朗缪尔孤立子形成, 但是, 朗缪尔孤立子相对于横向扰动是不稳定的, 这种不稳定性发展使得朗缪尔孤立子凝结成坍塌着的腔子, 通过腔子坍塌, 向大波数 k 方向输运能量。(4)通过线性朗道阻尼能量输运给被加热的快粒子。(5)新调制不稳定性发展, 产生峰子。(6)峰子加热热粒子。(7)由于热粒子受热比较快, 条件 $n'T' \gg n_0 T_0$ 将受到破坏, 快粒子又开始接收能量, 最后, 快粒子和热粒子能量密度之间的均衡建立起来。从而, 结束了在临界面附近把能量交给电子的过程, 接着就是电

子导热阶段,由电子传热把能量送入靶丸。

目前,尽管对强激光与等离子体相互作用非线性波的研究还不太成熟,但是,由于朗缪尔孤立子、腔子和峰子是一类新型的非线性运动,它们反映出一些新的物理思想和一些新的性质和现象,所以引起我们注视。特别是1981年初美国劳伦斯·利弗莫尔实验室X射线激光器原理实验获得成功,使高能激光器技术有了重大突破[37]。这种激光器发出了几百兆瓦($\sim 10^4 \text{ W/cm}^2$)强脉冲光束,用于反导时,效能远远超过化学激光器。它能使目标表面汽化,而辐射压强作用能使目标产生散裂。从发展来看,强激光与等离子体相互作用非线性波的研究具有更加广泛、更加重要的意义。目前世界许多国家,特别是美、苏正全力以赴加速研究,该项课题肯定会有迅速进展。

参 考 文 献

- [1] 于敏(1980),激光聚变物理研究概况,核聚变, 1, 1: 1—28.
- [2] Nuckolls, J. and Wood, L. (1972), Laser Compression of matter to super-high densities thermonuclear (CTR) applications, *Nature*, **239**, 5368:139—142.
- [3] Manes, K.R., Ahlstrom, H.G., Haas, R.A. and Holzrichter, J. F. (1977), Light-Plasma interaction studies with high-power glass laser, *J. Opt. Soc. Am.*, **67**, 6: 717—726.
- [4] Rudakov, L.I. and Tsytovich, V.N. (1978), Strong Langmuir turbulence, *Phys. Reports*, **40c**, 1: 1—73.
- [5] Thornhill, S.G. and Der Haar, D. (1978), Langmuir turbulence and modulational instability, *ibid*, **43**, 2: 43—99.
- [6] Litvak, A.G. and Fraiman, G.M. (1981), Strong Langmuir turbulence excited by electromagnetic waves, *Physica D.*, **2D**, 1: 75—86.
- [7] Tsytovich, V.N. (1976), Solitons, cavitons and strong Langmuir plasma turbulence, *Comments on Plasma Physics and Controlled Fusion*, **11**, 4: 127—137.
- [8] Valeo, E.J. and Kruer, W.L. (1974), Solitons and resonant absorption, *Phys. Rev. Lett.*, **33**, 13: 750—753.
- [9] Attwood, D.A., Sweeney, D.W., Auerbach, J.M. and Lee, P.H. Y. (1978), Interferometric confirmation of radiation-pressure effects in laser-plasma interactions, *ibid*, **40**, 3: 184—187.
- [10] Azech, H., Oda, S., Tanaka, K., Norimatsu, T., Sasaki, T., Yamanaka, T. and Yamanaka, C. (1977), Measurement of density modification of laser-fusion plasmas, *ibid*, **39**, 18: 1144—1147.
- [11] Захаров, В.Е. (1972), Коллапс ленгмюровских волн, *Ж.Э.Т.Ф.*, **62**, 5: 1745—1759.

- [12] Рудаков, Л.И. (1972), Торможение электронных пучков в плазме с высоким уровнем ленгмюровской турбулентности, ДАН СССР, **207**, 4 : 821—823.
- [13] Ichikawa, Y.H. and Wadati, M. (1977), Solitons in plasma and other dispersive media—dawn of nonlinear physics, *JPPJ*—283:1—39.
- [14] Kingsep, A.S., Rudakov, L.I., Sudan, R.N. (1973), Spectra of Strong Langmuir turbulence, *Phys. Rev. Lett.*, **31**, 25 : 1482—1484.
- [15] Десярев, Л.М., Маханьков, В.Т., Рудаков, П.И. (1974), Динамика образования и взаимодействия ленгмюровских солитонов и сильная турбулентность, *Ж.Э.Т.Ф.*, **67**, 2(8) : 533—542.
- [16] Захаров, В.Е., Шабат, А.Б. (1971), Точная теория двумерной самофокусировки и одномерной автомодуляции волн в нелинейных средах, **61**, 1(7) : 118—134.
- [17] Der Haar, D. (1979), Solitons, *Physica Scripta*, **20**, 3—4 : 291—295.
- [18] Morales, G.J. and Lee, Y.C. (1974), Ponderomotive-force effects in a nonuniform plasma, *Phys. Rev. Lett.*, **33**, 17 : 1016—1019.
- [19] Morales, G.J. and Lee, Y.C. (1977), Generation of density cavities and localized electric fields in a nonuniform plasma, *Phys. Fluids*, **20**, 7 : 1135—1147.
- [20] Chen Hsing-Hen and Liu Chuan-Sheng (1976), Solitons in non-uniform media, *Phys. Rev. Lett.*, **37**, 11 : 693—697.
- [21] Chen Hsing-Hen and Liu Chuan-Sheng (1977), Soliton generation at resonance and density modification in laser-irradiated plasma, *ibid*, **39**, 18 : 1147—1151.
- [22] Chen Hsing-Hen and Liu Chuan-Sheng (1977), in *Plasma Physics, Nonlinear theory and experiments, Nobel symposium 36*, edited by Hans Wilhelmsson (Plenum, New York) : 211—220.
- [23] Chen, H.H., Grebogi, C., Liu, C.S. and Tripathi, V.K. (1978), Non-linear theory of collective processes in laser-pellet interaction and soliton generation, in *Plasma Physics and Controlled Nuclear Fusion Research 1978, vol. III*, IAEA-CN-37/v-21, Printed by the IAEA in Austria : 181—186.
- [24] Anderson, D., Bondeson, A. and Lisak, M. (1979), Soliton formation at critical density in laser-irradiated plasmas, *J. Plasma Physics*, **22**, Part 2 : 339—352.
- [25] Bondeson, A. (1980), Perturbation analysis of single Langmuir solitons, *Phys. Fluids*, **23**, 4 : 746—754.

- [26] Антипов, С.В., Незлин, М.В., Снежкин, Е.Н., Трубников, А.С. (1978), Ленгмюровские солитоны, *Ж.Э.Т.Ф.*, **74**, 3:965—983.
- [27] Schamel, H. (1979), Role of trapped particles and waves in plasma Soliton-theory and application, *Physica Scripta*, **20**, 3—4:306—316.
- [28] Деегярев, Л.М., Захаров, В.Е., Рудаков, Л.И. (1975), Два примера коллапса ленгмюровских волн, *Ж.Э.Т.Ф.*, **63**, 1:115—126.
- [29] Buti, B. (1978), in ICTP College on Theoretical and Computational Plasma Physics Basic Plasma Theory, The problem of collapse in plasmas, IAEA-SMR-32/9 (IAEA, Vienna):391—404.
- [30] Wong, A. Y. and Quon, B. H. (1975), Spatial collapse of beam-driven plasma waves, *Phys. Rev. Lett.*, **34**, 24:1499—1502.
- [31] Goldman, M. V., Pypdal, K. and Hafizi, B. (1980), Dimensionality and dissipation in Langmuir collapse, *Phys. Fluids*, **23**, 5:945—955.
- [32] Skoric, M. M. and Der Haar, D. (1980), Higher electron non-linearities in the dynamics of Langmuir collapse, *Physica & C*, **98B+C**, 3:211—22.
- [33] Sigov, Yu. S. and Zakharov, V. E. (1979), Strong turbulence and its computer simulation, *J. Phys. Colloq. (France)*, **40**, C7, Pt. 2:63—79.
- [34] Hafizi, B., Goldman, M. V. (1981), Harmonic emission from adiabatically collapsing Langmuir solitons, *Phys. Fluids*, **24**, 1:145—150.
- [35] Хакимов Ф.Х., Цытович, В.Н. (1976), Спектр урбулентности ленгмюровского конденсата, *Ж.Э.Т.Ф.*, **63**, 1:95—104.
- [36] Tsytovich, V. N. (1978), in ICTP College on Theoretical and Computational Plasma Physics Basic Plasma Theory, Non-linear plasma kinetics, IAEA-SMR-31/104 (IAEA, Vienna):221—253.
- [37] Clarence A. Robinson, Jr. (1981), Advance made on high-energy laser, *AW&ST*, **114**, 8:25—27.

结构力学和固体力学的进展与动向专题讨论会

会议将于1982年10月4—7日在美国华盛顿特区举行,由华盛顿大学与美国航空航天局Langley研究中心主办,内容包括应用力学、应用数学、数值分析、计算机硬件和软件及其对结构力学和固体力学的促进等的以下问题:新型结构理论及其提法,材料特性及强度理论,分析解及其对结构问题计算机解法的适应性,有限元法的进展及其他数值离散方法,自适应方法及数值模拟,小型计算机、超级计算机、分布信息处理机、微型处理机及紧缩列阵对求解结构问题的潜力。会议考虑的应用领域有纤维复合结构中的非弹性态及破坏机制,运输工具碰撞时的承载能力,地震阻尼结构及大面积空间结构等。

李伟格摘译自: *Int. J. Mech. Sci.*, **23**, 5(1981)。