随机振动的某些最新进展

Erik H. Vanmarcke

引 言

随机振动理论关心的是预测经受随机激励的结构的响应，是确定经受随机激励的结构的可靠性。振动环境可能是由如下一些不同的原因造成的，如大气湍流、海洋波浪、地震引起的地壳运动、道路的不平度以及喷气发动机和火箭发动机引起的声压。每种情形的激励都是在相当宽的频带内以随机方式产生振动能为其特征。随机响应过程典型地具有重要的窄带分量，集中于结构的固有频率处。

本文的目的是总结一下随机振动的最新进展，并就理论和应用两方面的状况给予评价。这个总结的起点是1966年Crandall对《应用力学评论》杂志一篇论文提出的修正意见［1］。他给出了现代随机振动分析的历史的叙述，并就随机过程的一般理论和作用，从通讯和控制领域方面探讨了它的渊源。1966年以前的大量文献目录，请读者查阅Crandall的论文［1］。

随机振动中出现的问题的类型常常分为："预测"问题——当要确定响应统计量时；"识别"问题——当必须估计系统的性质时；以及"量度"问题——如果要求出有关激励信息的话。本文主要涉及确定性振动系统的预测问题。随时间变化的或随机性质的系统也是实际上感兴趣的，但对它们的论述不是本文的范围。

本文的第一部分着重于随机振动方法的基础，简略地叙述了确定线性系统响应统计量的方法，总结了旨在估计随机激励下系统可靠性的最新研究成果。然后概述了非平稳和非线性随机振动的进展。文章最后部分，综述了涉及受自然动荷载作用的结构的实际问题的应用。此外还提到在应用范畴中所取得的理论进展。

线性系统的随机振动

经典的随机振动理论研究平稳随机过程的一阶统计量和二阶统计量，研究线性时间不变系统的输入-输出关系。这种分析通常是在频域内进行的。根据单侧频谱(即仅对正频率确定的频谱)，输入-输出关系为［2—4］

$$G_Y(\omega)=|H(\omega)|^2G_X(\omega),\qquad \omega\geqslant 0 \qquad (1)$$

式中$G_X(\omega)$和$G_Y(\omega)$分别表示激励$x(t)$和响应$y(t)$的谱密度函数，$|H(\omega)|^2$是系统传递函数的平方幅值，它可以容易地由确定系统的微分方程求得。由于直接用$G_X(\omega)$表示激励的信息，又在频域内进行分析，所以分析者既避免了卷积的繁重计算，又避免了确定性动态分析以及时域内的概率动态分析所要求的傅里叶变换。

响应统计量 响应$y(t)$的许多重要统计性质可以直接由$G_Y(\omega)$求得。为简单起见，我们只注意平均值为零的过程。均方σ_Y^2由$G_Y(\omega)$在整个(非负的)频率范围内积分求得。许多其它的响应和性能度量可以用谱参数Ω_Y和δ_Y来表示，Ω_Y和δ_Y依赖于

$G_y(\omega)$的少数头几个矩。

$$\text{考虑} \quad \left.\begin{array}{l} \lambda_j = \int_0^{\infty} \omega^i G_y(\omega)\, d\omega \\ \Omega_y = (\lambda_2/\lambda_0)^{1/2}, \qquad \delta_y = (1 - \lambda_1^2/(\lambda_0\lambda_2))^{1/2} \end{array}\right\} \qquad (2)$$

注意λ_0等于均方σ_y^2。就$G_y(\omega)$而论，参数Ω_y和δ_y 更起着与平均值和与概率密度函数有关的变化系数（标准偏差对平均值的比）相同的作用［5］。量Ω_y指出了“谱质量”在频率轴上的位置，而δ_y是频带宽度的无单位量度（总在0与1之间）或$G_y(\omega)$的频散。

刚才确定的频谱参数，其重要性来源于它们在时域内的各种解释，来源于它们与性能预测的关联［5，6］。特别是，平稳随机过程$y(t)$的均方根值，它的包络$r(t)$（按Cramer和Leadbetter［7］那样确定），以及它们各自的导数$\dot{y}(t)$[1]和$\dot{r}(t)$，可以用频谱参数表示如下：

$$\lambda_0 = \sigma_y^2 = \sigma_r^2/2, \qquad \Omega_y = \sigma_{\dot{y}}/\sigma_y, \qquad \delta_y = \sigma_{\dot{r}}/\sigma_r \qquad (3)$$

另外，对于高斯随机过程，这些频谱参数的知识足以获得若干有用的可靠性量度的估计：规定的阈值的平均穿越率（Ω_y等于平均零穿越率［8］），相邻阈值的穿越群的平均尺度［9］，以及对于给定的阈值的首次穿越时间分布（见下节）。

对于任何规定的输入谱和线性系统的传递函数，计算响应参数σ_y，Ω_y和δ_y都是直截了当的。例如，若$y(t)$是阻尼线性振子对于理想白噪声激励的平稳响应，则Ω_y等于振子的无阻尼的固有频率，而δ_y是阻尼比的一个简单的函数［9，10］。这种分析方法也已用于计算线性多自由度系统的性能统计量，计算附加于主要系统（例如原子能工厂的防护结构）的轻型辅助系统（设备）的性能统计量，以及计算土-结构系统的性能统计量［6，11—13］。

对多质量或分布质量线性系统进行模态分析，并把任意响应量的谱矩表示为主振型上的二重求和［如14，15］，常常是有益的。这个二重求和中的“交叉项”说明了模态影响之间的相关性。对于轻阻尼系统和具有相隔较远的模态频率的系统，“交叉项”往往是可以忽略的。在涉及受自然荷载作用的结构的许多实际问题中，仅仅头几个模态才是重要的。根据试验和理论的对比表明，当线、板和圆柱体受到理想化的空间形状的宽带随机激励时，许多模态同时被激励，而响应在模态频率（几乎）由于对称而重合的范围内是增强的［16—20］。

可靠性分析 在随机振动理论对于工程系统的分析和设计的许多应用中，一个很感兴趣的量是概率$L(T)$，即在时间区间$0 \leqslant t \leqslant T$内在规定的边界里将保持随机响应$y(t)$的概率，或首次穿越规定界限（例如标明安全与破坏之间的分界线$y(t)=b$或$|y(t)|=b$）的时间分布的概率。人们的注意力通常限于平稳高斯过程，而且许多论文仅仅论及宽带或理想白噪声激励的微阻尼线性振子。这个问题尽管研究了数十年，但是尚未得到$L(T)$的精确解，甚至最简单的共振系统也没有得到精确解。模拟研究

1）原文为$\dot{x}(t)$。——译者

和理论都支持这样的论点：当T值超过某个初始周期时，首次穿越概率取简单的指数的形式〔21—23〕：

$$L(T)=A\exp\{-\alpha T\} \tag{4}$$

式中$L(T)$=在区间（0，t）内不穿越的概率；A=开始在安全范围内的概率；α=首次穿越概率的极限衰减率。参数A和α依赖于所含动态系统的特性，激励的性质以及“阈”值大小。

众所周知，首先穿越概率的近似值，是假设阈值穿越按泊松过程独立出现时求得的。Cramer〔24〕已经证明，这个假设当阈值无限增大时是渐近精确的。但是对于实际感兴趣的界限值，它的使用将导致误差，误差的大小和影响强烈地依赖于过程的频带宽度。数值模拟研究表明，对于宽带过程〔22〕，这一误差将趋向于不安全一侧；对于窄带过程〔21〕，这一误差将趋向于安全一侧。对于宽带过程，主要影响是对于过程实际处于非安全域的时间，不允许作出泊松超越的假设。对于窄带过程，重要的是说明了两次阈值穿越之间的统计相关。

对于瞬时阈值穿越率，$L(T)$的新近似值，已由Lin〔25〕在连续随机过程模型的基础上提出，又由Yang和Shinozuka〔26〕把窄带随机过程的顺次峰谷表示为点过程的基础上作出了。基于独立的包络峰值假设〔3〕，或基于独立的包络穿越假设〔27〕的其它建议，可以得到极限衰减率α的估值，这些估值可以相当大地偏离高阈值的已知渐近精确值。

笔者〔9，10〕通过把$y(t)$相对于规定界限的起伏的描述考虑为两态马尔柯夫过程，已得到了一组关于A和α的简单分析表达式。通过考虑到阈值穿越群的大小，得到了一个（以谱参数Ω_y和δ_y表示的）分析解，它对于一切宽带和界限值看来都可得出$L(T)$的合理结果。

非平稳和非线性随机振动

Priestley〔28—30〕和Mark〔31〕已经建议将谱密度函数的概念推广，用来描述非平稳随机函数的频率容量的相对缓慢变化。典型的例子包括微阻尼线性振子受到突加平稳宽带激励的响应$y(t)$。将Priestley展开的谱密度函数$G_y(\omega,t)$在整个频率范围内积分，可得到时间相关的均方响应$\sigma_y^2(t)$〔32〕。Caughey和Stumpf〔33，34〕借助于时域分析首先得到了这个结果。均方响应$\sigma_y^2(t)$由零开始，逐渐增加，趋于平稳响应的方差（只要激励继续保持着）。也可以计算时间相关的高阶谱矩。一个有趣的结果是，当方差增大时，时间相关谱带宽因子$\delta_y(t)$减小，趋于其“稳态”值〔5,35〕。如果振子无阻尼，则$\sigma_y^2(t)$随时间t线性增加，而带宽因子$\delta_y(t)$与$\sqrt{t}$成反比地减小。对于突然加给的和对于调制的平稳激励，已求得多自由度线性平稳响应统计量〔32，36—38〕。

对于非平稳响应过程，可以求得首次穿越的概率估计〔11，39，40〕，它可以用时间相关的谱密度函数$G_y(\omega,t)$和时间相关的平均破坏率$\alpha(t)$来描述。式（4）的直接推广是

$$L(T)=A\exp\left\{-\int_0^T\alpha(t)\,dt\right\} \tag{5}$$

上式能适应输入参数的缓慢起伏，系统的特性及安全范围的边界。将基于各种解析方法和数值模拟结果的两种预测加以比较，已由Crandall [21]，Yang [40]，Chakravorty [12]，Lutes和Chokski [41] 提出了报告。

预测随机激励的非线性系统响应统计量的基本解析方法，已由Caughey [42] 作了综述，在随后直到1977年以前的这些年中所做的贡献，由Crandall [43] 作了评述。两个广泛使用的近似方法是统计线性化法 [44—48] 和摄动法 [49, 50]。如果输入是一个高斯白噪声，对于某一个能够用常微分方程描述的非线性系统，可以求得精确的平稳响应统计量 [42]。输入中没有关联，这保证了响应是一个Markov过程，对于该过程的"转移"概率（由一个响应状态到另一个响应状态）和"稳态"概率，原则上可以由Kolmogorov-Forkker-Planck方程求得。若把注意力局限于响应振幅的包络，则进一步简化了响应统计量和首次穿越时间的分析 [51]。Markov矢量法已用于计算n个自由度线性系统的时间相关方差 [38]，用于逼近各种简单非线性振子 [42, 52—56] 和一类滞后系统 [57, 58] 的响应统计量（和首次穿越时间）。

数值模拟提供了一个求非线性振动问题实际解的最后手段的有力方法。输入的采样函数都是模拟的，响应的采样函数由确定性动态分析方法获得。这种方法已用于研究易屈振子的随机响应 [59—61]，用于研究受地震类激励的部分可控结构所积累的滑动 [48, 62]。其他著名的数值分析是Toland等 [62] 的随机游动模型及Paez和Yao [64] 的有限差分方法。关于非线性随机振动的更多的文献将在下面应用一节里给出。

应用：随机动荷载下安全性的评价

在以往的线性系统随机振动理论的述评中，输入谱$G_x(\omega)$，系统传递函数$H(\omega)$，运动的持续时间以及破坏的判据都假定是已知的。但是这些假设在涉及比如由风、波浪和地震所引起的那些自然动荷载的实际情形中，是很难满足的。相反，显然随机振动分析只不过是为了抵抗自然动荷载而进行的结构分析和设计过程中的一个步骤。实际上该过程中的每个步骤都受到不确定性的困扰。激励的危险值倾向于在随机时间内间歇地发生，并具有随机强度（或强度随时间变化）、持续时间及谱参数。结构的动态特性通常也是难于预测的，它们可以随时间改变。单元和系统的阻抗以及破坏判据更加促使了总体的不确定性。

在为评价结构安全而模拟自然荷载时，区别开短期和长期荷载的描述是有用的。短期描述概括一个荷载事件（例如一次地震，一次海啸和一次风暴）的强烈部分接近平稳期间内激励强度和频率容量的信息。通常选择一个谱密度函数，其参数提供了短期和长期描述之间的联系。长期荷载描述的细节依赖于所要求的性能评价的方式。例如在疲劳分析中，荷载的整个时间过程是感兴趣的，长期模型可以取谱密度函数的参数方面的一个联合概率分布形式。如果性能以极限响应来度量，则把荷载事件的序列作为一个点过程来模拟常常是有益的；这个点过程用事件互相到达时间的概率分布、事件强度、主频率等等来表征。

近几年来，许多应用研究是针对现实的发展的，但作为随机振动基础的易处理的一套方法，与随机动荷载下整个安全性的评价的目的是一致的。在这个意义上，随机振动分析可视为一个工具，它提供已知随机输入短期描述的条件响应分布（或条件可靠性）。

主要的应用领域简要地归纳如下。

风载和波载 随机过程模型用来刻划风的湍流分量（用风速或压力表示）以及结构上所受的力。自由场风速水平分量的谱密度函数叫做“阵风谱”。特殊的泛函形式已由Davenport [65] 和Von Karman-Harris [66] 提出。

阵风谱乘以“空气导纳函数”（本质上是一个低通滤波器），就得到阻力脉动谱。于是作为平稳随机振动结果的线性振子响应的标准偏差，就可用来预测高层建筑物和长跨度桥梁之类结构的“阵风响应系数” [65，67，68，]。作用在简单易屈结构上的随机风的作用已为Vickery研究过 [69]。

风能会引起海浪的随机波浪作用。海洋自由面高度的升降常常表示为一个高斯随机过程，即(对于一个限定的期间)在时间上是平稳的，在空间上是均匀的。Pierson-Moskowitz谱[70]和更通用的JONSWAP谱 [71]，广泛地使用于与“完全发展”（fully developed）的海况有关的波谱形式。这些波谱的参数依赖于海况，海况通常由有效波高和主波周期来表征 [72，73]。

基于波场运动学的线性化，波谱可与流体质点的速度和加速度谱关联起来，而通过Morison方程的线性化，可与作用在近海结构物部件上的波力谱关联起来 [72—74]。通过假设作用在结构物上的两个波力之间的完全空间关联，就可以进行随机振动分析。对固定的近海结构物已作了这种分析 [74—76]，用以评价用最大阻力、金属疲劳和地基液化所确定的性能量度。

地震荷载 由地震引起的地壳运动，其主要特征在于它的瞬态性。典型的加速度记录仪的特点为：先是强度增长期，接下去是多多少少是稳态的强烈振荡期，最后是衰减期。显然，具有长周期和/或微阻尼的系统的地震响应，将达不到一个平稳的状态。因此需要将经典的平稳理论加以推广，以便处理地震响应的本质上的非平稳特性，而强烈运动的持续时间在这种分析中则成了一个重要的参数 [77]。

随机地震地壳运动的模型通常假设存在着平稳随机过程，即由表示为均方强度随时间变化的简单确定性函数所修正的过程 [13，78—80]。地震地壳加速度的谱密度函数已由Kanai [81]，Goto和Kameda [82] 提出；它们可以由一组特定的地震记录资料经验地求得，或由震源模型理论地推导出。

随机振动分析已用于预测地震响应谱（不同阻尼值的以固有周期为自变量的线性振子最大地震响应曲线），以及用来评价线性多自由度系统及结构装置系统的可靠性。（科技发展动态的评价可在文献 [13] 中找到）

地震工程中，在结构性能方面比任何其它应用动力学领域更加需要大胆地面向重要的非线性效应。前节中所讨论的关于非平稳和非线性随机振动的许多分析方法，已用于地震响应预测 [例如23，48，83，84]。地震工程中，弹塑性系统尤其具有很大的实际意义。近似随机模型，在推广Karnopp和Scharton [87] 的工作的基础上，已有发展 [10，85，86]。Karnopp和Scharton [87] 得到了平稳理想白噪声激励下由于弹塑性系统的屈服所引起的能量平均耗损率的一个估计。Gazetas [88] 已将这个近似的随机振动理论予以推广，用来预测弹塑性“剪梁”结构的地震响应。

推广

本文强调了随机振动问题，这些问题都可以通过单一的随机激励和响应予以表述。当然，实际系统都是空间分布的，而且实际的激励环境常常包括多个同时输入［89］，或更一般地，包括一个时间变化的“随机域”。由分布激励统计量来预测分布响应统计量的二阶概率理论大大发展了。请见Crandall［16］，Lin［3］和Bolotin［4］的理论论述及参考文献目录。但是一般理论很少有实际应用，因为分布随机输入的充分表达是很难达到的，而且完整的分析趋向于繁琐和浪费时间，甚至对于简单的系统，例如绳或板都是如此。为了简化分析，通常假设激励集中于一点或在空间完全关联，将激励化为一维随机函数。在其它的极值，分布响应可以假定为空间不关联，因此在一点的响应可以表示为不关联分量的和（或为一个积分）。与随机激励的复杂系统的输入-输出问题相连的是重要的系统可靠性问题，这些问题要求同时考虑许多统计相关的响应量。这些问题和大量的其它问题，包括非高斯输入和非线性系统响应，还有待于随机振动理论的进一步发展。

参考文献（略）

译自：Vanmarcke, Erik H.（1979），Some recent developments in random vibration, Appl. Mech. Rev.，32，10：1197—1202.（梁传印译　俞稼槃校）

水下弹塑性结构一些瞬态问题

D. Krajcinovic

结构与周围流体的相互作用，是声学、气弹性、船舶工程和海洋工程、反应堆工程等工程领域中理论上和实际上重要的现象。由于航空、航天工程上的要求，由于问题复杂性的限制，所以几乎作为惯例，把结构看作是弹性的。但是在某些应用中，一个浸没在流体中的结构，往往意外地受到强度非常高、持续时间非常短的荷载；在这种情况下有可能出现应力超过弹性极限的现象。确定这种结构的承载能力，如同确定残余（塑性）变形所引起的破坏一样，需要考虑结构的弹塑性响应。

浸没于传声介质中受动态加载圆柱壳的弹塑性响应，是一个十分复杂的现象。随时间变化的荷载、惯性力、流体阻力（径向压力）均引起壳中塑性应力区的出现、增长、移动、收缩、消失，而后又再出现。数学上，这类问题受壳的两个偏微分方程组的控制，一个是弹性区的偏微分方程组，另一个是塑性区的偏微分方程组。波动方程描述流体（外部区域）。方程组由运动边界上的匹配条件来耦合，这个匹配过程进一步使问题复杂化。

用完全普通的解析方法解如此复杂的问题是完全不可能的。在早期发展阶段，是用纯数值解法——例如以有限差分法或有限元法为基础的通用计算机程序——解流体-结构相互作用问题。但是，用这种方法，价格过于昂贵，特别是当分析必须重复几次来寻求最佳设计时。

鉴于问题重要，而涉及水下动态加载结构弹塑性响应的文献却很缺，这反映了问题的复杂性。大部分文献不是涉及在真空中变形的理想刚塑性壳体，就是涉及浸没在流体中的弹性壳体。有一些关于动态塑性［1—6］及流体-结构相互作用［7—10］的综述性和有关科学技术发展动向的评述性文章。一般讲来，作者各不相同，