

26. Neilson, J H. and Gilchrist, A., J. Fluid Mech., 33, Part 1(1968), 131-149.
27. Rudinger, G., AIAA J., 8, 7(1970):1288-1294.
28. Takano, A. and Adachi, T., Japan Soc. Aero. Space Sci., 18, 42(1975): 197-215.
29. Regan, J.F., Thompson, H.D. and Hoglund, R.F., J. Spacecraft, 8, 4 (1971):346-351.
30. Ishii, R. and Kawasaki, K., AIAA J., 18, 11(1980):1397-1399.
31. Johnson, G.R., Von Karman Inst. for Fluid Dynamics, Tech. Note 78 (1971).
32. Michael, D.H. and Norey, P.W., J. Fluid Mech., 37, Part 3 (1969): 565-575.
33. Healy, J.V., J. Fluid Mech., 41, Part 4 (1970):759-768.
34. Healy, J.V., J. Fluid Mech., 46, Part 1(1971):33-42.
35. Healy, J.V., Phys. Fluids, 13, 3 (1970):551-557.
36. Laitone, J.A., J. Aircraft, 16, 12(1979):809-814.
37. Peddieson, J. and Lyu, Chung-Hsein, AIAA J., 11, 6(1973):826-830.
38. Peddieson, J., AIAA J., 13, 7(1975):939-941.
39. Stock, H.W., Inter. J. Heat Mass Transfer, 23(1980):147-160.
40. Miura, H., J. Phys. Soc. Japan, 37, 2(1974):497-504.
41. Miura, H., J. Phys. Soc. Japan, 38, 1(1975):252-256.
42. Miura, H., J. Phys. Soc. Japan, 37, 4(1974):1145-1152.
43. Takano, A., J. Fac. Eng., Univ. Tokyo(B), 33, 4(1976):519-536.
44. 里深, 户木田, 日本机械学会论文集, 45, 394(昭54-6): 773-779.

## 高频感应放电理论与特性计算方法\*

中国科学院力学研究所 朱清文

**提要** 本文以双渠道模型为基础, 考虑气体流动、对流传热、热辐射修正, 利用等效温度能量平衡算法, 求出了等离子体放电特性和其他参数, 并同现有文献进行了比较, 能给出很好结果, 而计算大大简化。本文还推导了各种边界条件下的传热计算方程, 而对等离子体同振荡器的耦合、匹配、结构参数和运行参数的选择原则, 以及实践经验, 也作了详尽的讨论和分析。

\* 1981年4月16日收到。

## 一、前 言

高频感应等离子体作为化学合成、难熔金属熔炼、高纯金属和超微细粉末提取等的一种热源,由于其焓值高,没有电极损耗和污染,化学活性强等特点,近十多年来引起人们的重视。文献中除了等离子体中进行有机和无机反应的一些特殊过程外,对等离子体的基本物理过程、能量转换、弧区和等离子体射流的温度分布、速度分布、电子浓度分布、稳定性也作了研究。分析主要以无限长放电柱对称并忽略流动这种简化模型为基础,用数值法求解能量方程和电磁方程〔1—3〕。双渠道模型〔4,5〕用得也较广泛。有的文献假定放电管中的速度分布用数值法求得了温度分布〔6〕。文献〔7〕用二理想气体流动模型修正了文献〔6〕的速度分布假定。文献〔8〕用数值法求解动量、连续、能量和电磁方程,得到了放电区的温度和速度分布。目前还没有放电区速度分布的可靠实验数据。

等离子体作为热源基本上有两种类型,一是化学反应、物理过程在放电区进行,一是在放电区下游反应室中进行。对第一种情形,需要清楚了解放电区的速度分布和温度分布,因为反应物质的加入位置、运动轨迹、逗留时间、同反应产物的粒度大小、物理化学性质和状态有很大关系。但一般在放电区中温度变化不大。对第二种情形,只要求知道等离子体的放电功率、焓值。为使等离子体特性能与高频振荡器特性相匹配,需要知道放电半径和等离子体有效阻抗。但到现在还没有系统计算等离子体放电特性和分析匹配的方法,一方面计算简单,另一方面又能满足工程要求的精度。本文以双渠道模型为基础,考虑气体流动、对流传热、热辐射修正,利用等效温度进行能量平衡计算求解,大大地简化了计算。同时本文对于放电特性与振荡器特性的匹配耦合、工作参数与结构参数的选择作了详尽的分析和讨论。关于考虑放电管内速度分布、温度分布,用数值计算机求解连续、动量、能量和电磁方程的计算分析,留待另文讨论。

## 二、方 程 和 假 定

电磁方程、能量方程为

$$\nabla \times \vec{E} = -\partial \vec{B} / \partial t \quad (1)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \partial \vec{D} / \partial t + \vec{J} \quad (2)$$

$$P = \sigma \vec{E}^2 \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T + P - R = \rho C_p (DT/Dt) \quad (4)$$

式中 $\vec{E}$ 为电场强度向量; $\vec{B}$ 为磁感应强度向量; $\vec{J}$ 为电流密度向量; $P$ 为欧姆热; $\sigma$ 为电导率; $R$ 为辐射热量; $T$ 为温度; $\rho$ 为气体密度; $C_p$ 为定压比热。

假定: 1) 放电柱在 $z$ 方向无限长,轴对称。 $\vec{H}$ 只沿 $z$ 轴方向有分量即 $H_z = f(r)$ 。

放电区有均匀温度 $T_0$ 和均匀电导率 $\sigma$ 。2)  $\vec{E}$ 只沿圆周方向有分量即 $E_r = f(r)$ 。

3) 等离子体处于热平衡。4) 由于放电区中心有反向气流,在外围变成同向气流,速度不大,可假定为层流流动,计算放电区温度时,忽略流动。

采用双渠道模型, 圆柱坐标, 将放电管分为两个区域:

I)  $0 \leq r \leq r_a$  (等离子体放电区),  $r_a$  为放电半径, 此区域中温度最高, 设有均匀温度和均匀电导率。由高频磁场感应在等离子体中产生环电压和环电流, 藉欧姆热维持等离子体放电。边界条件为  $r=0, H_z=H(0)$ ;  $r=r_a, H_z=H_a$ 。

II)  $r_a \leq r \leq r_0$  (等离子体外部区),  $r_0$  为放电管半径, 电导率  $\sigma=0$ , 形成一个气体层, 通过该层放电区向外传出热量。边界条件为  $r=r_a, S=S_0 = \int_0^T \lambda dT$ ,  $r=r_0, S=0$ 。

一般欧姆热  $P$  是放电区温度  $T_0$ , 放电半径  $r_a$  的函数。散热量  $Q$  亦是  $T_0, r_a$  的函数。对单位放电管长度在平衡情况下,

$$P(T_0, r_a) = Q(T_0, r_a) \quad (5)$$

若通过电磁能量转换求得  $T_0$ , 则可通过上式求得放电半径  $r_a$ , 进而求出其他参数。在稳定放电时, 还必须满足方程

$$\partial P / \partial T_0 < \partial Q / \partial T_0; \partial P / \partial L < \partial Q / \partial L; \partial P / \partial r_a < \partial Q / \partial r_a \quad (6)$$

### 三、放 电 区 温 度

放电区温度由能量平衡决定。在无限长放电管、圆柱坐标、忽略气体流动、在稳态情况下, 由式(3)和(4)得

$$\nabla \cdot \lambda \nabla T + \sigma \overline{E^2} - R = 0 \quad (7)$$

在感应放电的大部分情况下, 辐射只占能量损失不大的一部分, 一般在  $10000^\circ\text{K}$  以下, 在初步研究中, 可忽略上式的  $R$  值, 以后再进一步讨论辐射的修正值问题。由于一般  $\sigma \gg \omega \epsilon$  ( $\omega$  为角频率,  $\epsilon$  为介电常数), 可忽略  $\partial D / \partial t$  项, 将式(2)得出的  $\overrightarrow{\sigma E}$  表达式代入式(7), 对  $r$  积分得到

$$r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} - \int_0^r E \frac{\partial H}{\partial r} r dr = 0 \quad (8)$$

因为是周期过程, 上式可化为

$$\lambda dT/dr - \overline{EH} = 0 \quad (9)$$

这关系式的物理意义是明显的: 通过任一柱形表面的热流等于电磁场的能流。

将式(2)  $\overrightarrow{E}$  的表达式代入式(9), 进行积分求得方程组的二次积分

$$F(T) = \int_0^T \sigma \lambda dT = \frac{1}{2} [H^2(r_0) - H] \quad (10)$$

若  $H_z = H e^{i\omega t}$ , 并代入式(1)和(2), 消去  $J$  和  $E$  得

$$(d^2 H / dr^2) + [(1/r) dH / dr] - j \mu \sigma \omega H = 0 \quad (11)$$

上式满足在  $r=0$  时为有限值, 在  $r_a$  处  $H = H_a$  的解为

$$H = H_a \frac{\text{Ber}(\sqrt{2} r / \Delta) + j \text{Bei}(\sqrt{2} r / \Delta)}{\text{Ber}(\sqrt{2} r_a / \Delta) + j \text{Bei}(\sqrt{2} r_a / \Delta)} \quad (12)$$

式中  $\Delta = \sqrt{2 / (\mu \omega \sigma)}$  称为趋肤深度,  $\mu$  为导磁系数,  $\overline{\sigma}$  为平均电导率。

当角频率 $\omega$ 较高,  $\Delta \ll r_a$ 时,  $|H(0)|^2/H_a^2 \rightarrow 0$ , 并以 $H = nI$ 代入式(10)得

$$\int_0^{T_0} \sigma(T) \lambda(T) dT = \left( \frac{nI}{2} \right)^2 \quad (13)$$

式中 $n$ 为感应线圈的匝数,  $I$ 为流过感应线圈电流的幅值。

由上式得出, 等离子体温度不依赖于频率和放电管半径而仅为安匝数和气体性质所确定。这一重要结论为实验所证实。但式(13)的规律性不能推广到很大的安匝数和很高的温度(高于13000—15000°K)的情况下, 这时辐射损失占放电功率的很大一部分, 而温度在放电趋肤层附近形成一个很高的峰值, 然而在一般装置中, 温度不能提高到10000°K以上, 上述结论是正确的。在现代技术情况下, 稳态感应放电中要达到高于11000°K的放电温度实际上是不可能的。上式所确定的是等离子体中所能达到的最高温度, 而且此式所确定的是在轴心处有最高温度, 实际上最高温度发生在趋肤层附近, 一般轴心温度低于最高温度数百度。

现在讨论上述结果中没有考虑而又出现在真实放电中某些因素的作用, 其中较重要的是等离子体辐射、速度及由感应线圈有限高度引入的二维效应。

为了计及放电的辐射, 需将辐射密度 $U$ 确定为等离子体基本参数的函数, 并对具体的温度剖面求解辐射输运方程, 但迄今还不清楚如何进行这种计算。基本困难之一是在气体放电基本方程组之外还必须补充许多描述线谱辐射及连续谱辐射的输运方程。

为了解决工程问题不必知道整个温度剖面, 因为最高温度与轴心温度相差不大。但最高温度的修正量可能很大, 而且此修正的计算是我们所希望的。

文献[9]给出了从考虑辐射的方程(4)积分出发最后得到的公式

$$F(T)_{\max} \geq \frac{(nI)^2}{4} \left[ 1 - \frac{R}{P} \left( 1 + \ln \frac{P}{R} \right) \right] \quad (14)$$

从上式出发, 能确定在不同 $R/P$ 比值下的最大辐射修正量。实验数据表明, 在很宽的放电工况变化范围内, 在给定气压下,  $R/P$ 实际上保持为常数, 例如一个大气压下, 氩、氮及空气的 $R/P \approx 0.2$ , 这时 $F(T)_{\max} \geq 0.5(nI)^2/4$ 。

文献[10]从火焰传播理论出发, 推导出气体流动时等离子体中最高温度的表达式

$$\int_0^{T_0} \sigma(T) \lambda(T) \left[ 1 - \frac{\rho u (I_0 - I)}{Y} \right] dT = \left( \frac{nI}{2} \right)^2 \quad (15)$$

式中 $I = \int_0^T C_p dT$ ;  $I_0 = I(T_0)$ ;  $Y = -\lambda dT/dz$ ;  $\rho$ 为气体密度;  $u$ 为气体速度。

由上式计算得出结论为: 等离子体的温度略微依赖于放电气体的运动, 温度主要由放电气体的物理性质和安匝数确定。

文献[9]也给出考虑感应放电中二维效应作用时有效安匝数表达式

$$n_0(z) = \frac{n}{\pi L} \sqrt{\frac{r_i}{r_0}} \left\{ \arctg \frac{(L/2) - z}{r_i - r_0} + \arctg \frac{(L/2) + z}{r_i + r_0} \right.$$

$$\begin{aligned}
 & - \left( 1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \arctan \frac{(L/2) - z}{r_1} \right) \\
 & - \left( 1 - \sqrt{\frac{r_0}{r_1}} \arctan \frac{(L/2) + z}{r_1} \right) \} \quad (16)
 \end{aligned}$$

式中 $r_1$ 为感应线圈半径， $L$ 为感应线圈长度，其他符号如前。

感应线圈长径比是一个重要参数。对于长径比0.27, 0.72及2.5, 计算结果指出, 对第一个应用一维模型的条件不满足, 有效匝数比实际值小两倍; 第二个感应线圈有效匝数与实际匝数差20%; 第三个差10%。文献 [11] 报道, 电流为85安时, 计算的 $n_e$ 为41.3安·匝/厘米, 实验值为 $40 \pm 3$ 安·匝/厘米, 这可认为符合得很好。因之式(16)可用来作为二维效应影响的校正。

#### 四、等离子体的热传输

放电区等离子体的热传输包括三部分, 即等离子体流动带走的热量 $Q_1$ , 传给 $r_a \leq r \leq R_0$ 区域气体层和壁面的热量 $Q_2$ 以及热辐射 $R$ :

$$Q = Q_1 + Q_2 + R \quad (17)$$

从实际测量得到, 在放电区域中( $0 \leq r \leq r_a$ )温度的径向分布变化较小, 当 $r_a \leq r \leq r_0$ 时, 温度急剧降低。放电区中温度的轴向梯度也是不大的。因之可按双渠道模型计算, 即当 $r \leq r_a$ 时,  $T(r) = T_0$ ,  $\sigma(r) = \sigma_0$ , 当 $r > r_a$ 时,  $\sigma(r) = 0$ , 当 $r = r_0$ 时,  $T = T_1$ 。

等离子体流带走的热量 $Q_1$ 可按式计算:

$$Q_1 = I(T_0) \dot{m}_p \quad (18)$$

式中 $I(T_0)$ 为等离子体焓值,  $\dot{m}_p$ 为等离子体流量。在一维流动情况下,  $\dot{m}_p = (r_a/r_0)^2 \dot{m} = \dot{m}/k^2$ ,  $\dot{m}$ 为流过放电管的流量,  $k = r_0/r_a$ 。

热辐射 $R$ 的计算可由下式得到:

$$R = \epsilon B 2 \pi r L T^4 \quad (19)$$

式中 $\epsilon$ 为气体辐射系数,  $B$ 为Stefan-Boltzmann常数。

关于等离子体向位于 $r_a \leq r \leq r_0$ 区域气体层传导热量 $Q_2$ 的计算, 可由式(4)推导。由式(4)得

$$\rho u C_p \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \lambda \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (20)$$

$$\text{引用热势函数} \quad S(T) = \int_0^T \lambda dT \quad (21)$$

后式(20)可化为

$$\rho u \frac{C_p}{\lambda} \frac{\partial S}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial S}{\partial r} \right) \quad (22)$$

设  $S = U \exp \{ [ -\lambda / (\rho u C_p) ] \alpha^2 t \} = U \exp ( -\chi \alpha^2 t )$ , 代入上式, 有

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{1}{r^2} \frac{dU}{dr} + \alpha^2 U = 0 \quad (23)$$

此即零阶贝塞尔方程。在下列边界条件下：

$$\left. \begin{aligned} z = 0, S = S_r(r) \\ r = r_0, S = S_0 = \int_0^T \lambda dT \\ r = r_0, S = S_1 \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

方程(23)的解为 [17]

$$\begin{aligned} S(r, z) = & \frac{\pi^2}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha_n^2 J_0(\alpha_n r_a)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} e^{-\chi \alpha_n^2 z} U_0(\alpha_n r) \int_{r_a}^{r_0} r S_r U_0(\alpha_n r) dr \\ & - \pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\{S_1 J_0(\alpha_n r_a) - S_0 J_0(\alpha_n r_0)\} J_0(\alpha_n r_a) U_0(\alpha_n r)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} e^{-\chi \alpha_n^2 z} \\ & + \frac{S_0 \ln(r_0/r) + S_1 \ln(r/r_a)}{\ln(r_0/r_a)} \end{aligned} \quad (25)$$

单位长度上在  $r = r_a$  处圆柱面上的传热量  $q$  为

$$\begin{aligned} q = & -2\pi r \frac{\partial S}{\partial r} \Big|_{r=r_a} \\ = & 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\pi}{2} \frac{\alpha_n^2 J_0(\alpha_n r_a) J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \int_{r_a}^{r_0} r S_r(r) U_0(\alpha_n r) dr \right. \\ & \left. - \frac{\{S_1 J_0(\alpha_n r_a) - S_0 J_0(\alpha_n r_0)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} e^{-\chi \alpha_n^2 z} \\ & + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) \end{aligned} \quad (26)$$

在有限放电长度  $z$  区域中的总传热量

$$\begin{aligned} Q_2 = & \int_0^z q dz \\ = & 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\chi \alpha_n^2} \left\{ \frac{\pi}{2} \frac{\alpha_n^2 J_0(\alpha_n r_a) J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \int_{r_a}^{r_0} r S_r(r) U_0(\alpha_n r) dr \right. \\ & \left. - \frac{\{S_1 J_0(\alpha_n r_a) - S_0 J_0(\alpha_n r_0)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} \{1 - e^{-\chi \alpha_n^2 z}\} \\ & + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) z \end{aligned} \quad (27)$$

在式(25)~(27)中,  $U_0(ar)$  为

$$U_0(ar) = J_0(ar)Y_0(ar_0) - J_0(ar_0)Y_0(ar) \quad (28)$$

$J_0$ 和 $Y_0$ 是零阶第一类和第二类贝塞尔函数。当 $r=r_a$ 时,  $U_0(ar_0)=0$ ,  $\alpha$ 是下面方程的根:

$$J_0(ar_a)Y_0(ar_0) - J_0(ar_0)Y_0(ar_a) = 0 \quad (29)$$

通常情况下进口温度为常数值, 势函数亦为常数值 $S_c$ , 此时在边界条件

$$\left. \begin{aligned} z=0, S=S_c \\ r=r_a, S=S_0 \int_0^{T_0} \lambda dT \\ r=r_0, S=S_1 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

下, 在放电区单位长度的传热量

$$\begin{aligned} q = 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{S_c J_0(\alpha_n r_0)}{J_0(\alpha_n r_a) + J_0(\alpha_n r_0)} \right. \\ \left. - \frac{\{S_1 J_0(\alpha_n r_a) - S_0 J_0(\alpha_n r_0)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} e^{-\chi \alpha_n^2 z} \\ + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) \end{aligned} \quad (31)$$

在放电区长度 $z$ 上的总传热量

$$\begin{aligned} Q_2 = 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\chi \alpha_n^2} \left\{ \frac{S_c J_0(\alpha_n r_0)}{J_0(\alpha_n r_a) + J_0(\alpha_n r_0)} \right. \\ \left. - \frac{\{S_1 J_0(\alpha_n r_a) - S_0 J_0(\alpha_n r_0)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} (1 - e^{-\chi \alpha_n^2 z}) \\ + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) z \end{aligned} \quad (32)$$

由于一般进口温度较低, 可设 $S_c=0$ , 于是在边界条件

$$\left. \begin{aligned} z=0, S=0 \\ r=r_a, S=S_0 = \int_0^{T_0} \lambda dT \\ r=r_0, S=S_1 \end{aligned} \right\} \quad (33)$$

下, 在放电区单位长度上的传热量为

$$\begin{aligned} q = 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\{S_0 J_0(\alpha_n r_0) - S_1 J_0(\alpha_n r_a)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} e^{-\chi \alpha_n^2 z} \\ + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) \end{aligned} \quad (34)$$

在放电区长度 $z$ 上的总传热量为

$$Q_2 = 4\pi \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\chi \alpha_n^2} \left\{ \frac{\{S_0 J_0(\alpha_n r_0) - S_1 J_0(\alpha_n r_a)\} J_0(\alpha_n r_0)}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} \right\} \left\{ 1 - e^{-\chi \alpha_n^2 z} \right\} + \frac{2\pi}{\ln(r_0/r_a)} (S_0 - S_1) z \quad (35)$$

在边界条件

$$\left. \begin{aligned} z=0, S=0 \\ r=r_a, S=S_0 = \int_0^{r_0} \lambda dT \\ r=r_0, S=0 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

下, 在放电区单位长度上的传热量为

$$q = 2\pi S_0 \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 J_0^2(\alpha_n r_0) e^{-\chi \alpha_n^2 z}}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} + \frac{1}{\ln(r_0/r_a)} \right\} \quad (37)$$

在放电区长度 $z$ 上的总传热量为

$$Q_2 = 2\pi S_0 \left\{ \frac{2}{\chi \alpha_n^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0^2(\alpha_n r_0) (1 - e^{-\chi \alpha_n^2 z})}{J_0^2(\alpha_n r_a) - J_0^2(\alpha_n r_0)} + \frac{z}{\ln(r_0/r_a)} \right\} \quad (38)$$

从式(27), (32), (35)及(38)可看到右边第二项为放电区等离子体外部气体速度为零时没有对流传热的情况, 右边第一项为由于对流传热而增加的项。由这些式子即可求出各种边界条件下的传热量 $Q_2$ 。把求得的 $Q_1$ ,  $Q_2$ 和 $R$ 值代入式(17)即可求得放电区等离子体对外的总传输热量。 $r_a \leq r \leq r_0$ 区域中气体层的温度分布可由式(35)确定。

### 五、等离子体特性阻抗和放电功率

等离子体特性阻抗是一个很重要的参数, 通过它可以计算输入到等离子体中的功率, 可以研究等离子体同高频振荡器输出特性的匹配情况, 因之也是设计和调整振荡器特性的一个重要参数。由式(12),

$$J = -\frac{\partial H}{\partial r} = -\frac{\sqrt{2}}{\Delta} H_a \frac{\text{Ber}'(\sqrt{2}r/\Delta) + j\text{Bei}'(\sqrt{2}r/\Delta)}{\text{Ber}(\sqrt{2}r_a/\Delta) + j\text{Bei}(\sqrt{2}r_a/\Delta)} \quad (39)$$

在放电区的放电功率可表为

$$P = \int_0^{r_a} [J^2(r)/\sigma] 2\pi r dr \quad (40)$$

把式(39)代入式(40), 积分则得放电功率表达式

$$P = \frac{2\pi H_a^2}{\sigma} \frac{R_a}{\Delta} F \quad (41)$$

式中 $F = \sqrt{2} \frac{\text{Ber}(\sqrt{2}r_a/\Delta)\text{Ber}'(\sqrt{2}r_a/\Delta) + \text{Bei}(\sqrt{2}r_a/\Delta)\text{Bei}'(\sqrt{2}r_a/\Delta)}{[\text{Ber}(\sqrt{2}r_a/\Delta)]^2 + [\text{Bei}(\sqrt{2}r_a/\Delta)]^2}$



利用下面等式定义等离子体有效阻抗 $R_p$ 和总电流 $I_p = \int_0^{r_a} J(r) 2\pi r dr$ ,

$$\int_0^{r_a} \frac{J^2(r)}{\sigma} 2\pi r dr = R_p \left[ \int_0^{r_a} J(r) 2\pi r dr \right]^2 = R_p I_p^2 \quad (42)$$

把式(39)代入可求得

$$I_p^2 = H_a \left( 1 + \frac{1 - 2 \text{Ber}(\sqrt{2} R_a / \Delta)}{\text{Ber}^2(\sqrt{2} r_a / \Delta) + \text{Bei}(\sqrt{2} r_a / \Delta)} \right) \quad (43)$$

由式(42)和(43)得

$$R_p = \frac{2\sqrt{2}\pi}{\sigma} \frac{r_a}{\Delta} \frac{\text{Ber}(\sqrt{2} r_a / \Delta) \text{Ber}'(\sqrt{2} r_a / \Delta) + \text{Bei}(\sqrt{2} r_a / \Delta) \text{Bei}'(\sqrt{2} r_a / \Delta)}{1 - 2 \text{Ber}(\sqrt{2} r_a / \Delta) + \text{Ber}^2(\sqrt{2} r_a / \Delta) + \text{Bei}^2(\sqrt{2} r_a / \Delta)} \quad (44)$$

很明显, 当 $r_a/\Delta \rightarrow \infty$ 时, 得

$$R_p = (1/\sigma)(2\pi)(r_a/\Delta) \quad (45)$$

实际上利用趋肤深度概念可直接写出上式。

若把 $H_a = nI$ 代入式(43)并设 $\beta = I_p^2/(nI)^2$ , 则式(41)化为

$$P = \frac{2\pi H_a^2}{\sigma} \frac{r_a}{\Delta} F = (nI)^2 \beta R_p \quad (49)$$

$\beta R_p$ 即定义为感应等离子体系统的等效阻抗 $R_e$ , 它是从等效电路计算出来的。在有限长情况下, 还要考虑二维效应影响。

关于等离子体电感量 $L_p$ 的计算, 可用下式模拟

$$L_p = (\mu D^2/L) k_2 \quad (47)$$

$L_p$ 的计算亦可通过下节求解得出, 但一般因其甚小, 可以忽略。

## 六、等效电路

高频感应放电系统从原理上说, 是一个高频变压器, 副边可看作是只有单匝的等离子体, 主边即工作线圈, 其等效电路如图1所示。

从图1可写出回路方程

$$v_1 = (R_1 + j\omega L_1) I_1 + j\omega M_{12} I_p \quad (48)$$

$$0 = (R_p + j\omega L_p) I_p + j\omega M_{12} I_1 \quad (49)$$

解上两式得

$$v_1/I_1 = [R_1 + \Delta R] + j\omega(L_1 - \Delta L) \quad (50)$$

式中 $\Delta R = [Q^2/(Q^2 + 1)] [M_{12}/L_p]^2 R_p$ 称为反射电阻,  $\Delta L = [Q^2/(Q^2 + 1)] \cdot [M_{12}/L_p]^2 L_p$ 称为反射电感,  $Q = \omega L_p/R_p$ 称为等离子体线圈的品质因数。

通过上式可以看出, 互感耦合电路可化为一个新的等效电路, 主边电阻增加 $\Delta R$ , 电感减小 $\Delta L$ 。等离子体品质因数 $Q$ 是经常小于1的, 当 $Q < 1$ 时,  $R_p$ 增加, 反射电阻

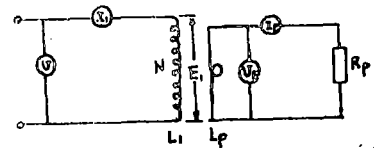


图1 感应系统等效电路

$\Delta R$ 减小,而在 $Q > 1$ 时,  $R_p$ 增加,反射电阻 $\Delta R$ 亦增加。通常 $R_1$ 比 $\Delta R$ 小很多,  $R_1$ 可忽略,相反 $L_p$ 较 $L_1$ 小很多,一般可以忽略 $\Delta L$ 。

高频振荡器槽路处于谐振状态,这时谐振电路相当于一个纯电阻。将谐振电路化为等效电路即得  $R_{外} = L / (C \Delta R)$  如图2所示。

上节已提到通过式(48)和(49)可得

$$\frac{I_p}{I_1} = \left( \frac{\omega^2 M_{12}^2}{R_p + (\omega L_p)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (51)$$

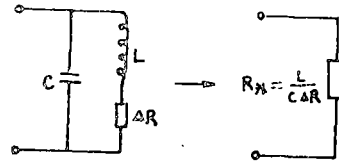


图2 槽路等效电路

再同式 $\beta = I_p^2 / (nI)^2$ 联合可求得 $L_p$ 值。

由式(49)得

$$\frac{I_1}{I_p} = -\frac{R_p + j\omega L_p}{j\omega M_{12}} = \frac{1}{n} \left( 1 - \frac{jR_p l}{\mu\omega A_p} \right)$$

所以  $v_p = I_p R_p = -nR_p \frac{[1 + jR_p l / (\mu\omega A_p)]}{[1 + R_p^2 L^2 / (\mu^2 \omega^2 A_p^2)]} \quad (52)$

通常 $Rl$ 较 $\mu\omega A_p$  (一般为0.05欧-米数量级)为大,上式可简化为

$$v_p = -jH\mu\omega A_p \quad (53)$$

在式(52)和(53)中,  $A_p$ 为等离子体圆柱的横断面积,  $H = nI/l$ ,  $L_p = j\mu\omega A_p/l$ ,  $M_{12} = j\mu\omega n A_p l$ ,  $l$ 为感应线圈长度。其他符号意义同前。

从式(53)可看到 $v_p$ 具有环电压的物理意义。因为 $\mu\omega A_p H \propto A_p \partial B / \partial t \propto A_p \nabla \times \vec{E} \propto \oint \vec{E} dl$ 。等离子体放电功率 $P$ 被环电压 $v_p$ 除即 $P/v_p$ 与环电流 $I_p$ 成比例。通常频率 $f$ 一定,则 $v_p \propto H$ ,即 $H$ 又具有环电压的意义。一般 $I_p \propto nI_1 \propto H$ ,所以通常把 $H$ 看作具有电流特性。

### 七、计算方法与结果

在等离子体放电特性的计算中,由于气体性质如导电率 $\sigma(T)$ ,导热系数 $\lambda(T)$ 等都是温度的强非线性函数,这给计算带来很大困难。由于引入热势函数 $S$ ,大大方便了计算,但对 $\sigma(S)$ 或 $\sigma(T)$ 仍需作某些简化。有的假定在放电区( $0 \leq r \leq R_a$ ),  $\sigma(S) = B(S - S_1)$ ,当 $S_1 \leq S \leq S_0$ 时,此即用线性来代替非线性。此处 $S_0$ 为等离子体轴心上的热势值, $S_1$ 为导电边界上的热势值。有的文献取平均电导率 $\bar{\sigma} = \int_{S_1}^{S_0} \sigma dS / (S_0 - S_1)$ 来简化计算。文献[12]曾采用 $(1/2)\sigma_{max}$ 作为平均电导率 $\bar{\sigma}$ ,把放电管中气体温度6000°K处作为放电半径,这样算出来的放电特性同实验很符合,但温度分布仍需求解,有时为了解决工程问题,不必知道温度剖面。文献[4]曾采用熵增最小原理补充一个条件求解,但得出了一些错误结论。本文取 $(1/2)\sigma_{max}$ 作为平均电导率,同时取 $(1/2)\sigma_{max}$ 所对应的温度作为一个特性温度进行参数计算,主要是由于对实验资料和数值计算结果的分析,发现Ar, O<sub>2</sub>, N<sub>2</sub>或H<sub>2</sub>与 $(1/2)\sigma_{max}$ 相应的温度在放电管中对应半径是等离子体外缘即电导率近于零的位置,所以可把这点

作为放电半径  $r_a$ 。通过实际计算，很好的证实了这一分析。

计算可从式 (13)，(17) 和 (41) 出发，第一步进行 0 级计算，不考虑辐射和气体流动。由方程 (13) 在确定  $H$  或安匝情况下，可求得放电区最高温度  $T_{max}$ ，由此确定  $\sigma_{max}$ ，取  $(1/2)\sigma_{max}$  作为平均电导率  $\bar{\sigma}$ ，并把  $\bar{\sigma}$  所对应的温度作为计算等离子体的特性温度  $T_0$ 。计算散热量  $Q$ ，现用基于边界条件式 (36) 的传热方程 (38)，现只保留其右边的第二项。通过式 (5) 确定放电半径  $r_a$ ，由此再算出放电功率和其他参数。由放电功率  $P$  和磁场强度  $H$  算出等离子体的 0 级放电特性曲线  $v_p - I_p$  或  $H - P / (IH)$ 。计算的第二步，通过式 (14) 或有关数据进行辐射修正，计算  $T_{max}$  和散热量  $Q$  均考虑辐射影响，从而得到放电特性的 1 级近似。第三步进行气流速度影响修正，计算  $Q$  考虑对流项，这样可得到放电特性的 2 级近似。若不满足一维准则，还可由式 (16) 进行二维效应的修正。

利用本方法对 Ar, N<sub>2</sub> 和 H<sub>2</sub> 三种不同工质等离子体放电特性进行了计算。

1. Ar 等离子体：计算参数为放电管半径  $r_a$  1.4 厘米，放电管长度  $l$  5 厘米，流量  $m$  22.6 升/分，频率  $f$  4 兆周。所取参数完全与文献 [6] 相同，这为了好作比较。电导率  $\sigma$  和辐射值数据取自文献 [13]，焓值  $I_0$  取自文献 [14]。计算出的 Ar 等离子体放电特性如图 3 所示。由式 (53) 环电压  $v_p = A_p \mu \omega H = 2.48 \times 10^{-5} r_a^2 f H$ ， $I_p = P / v_p$ 。为了更清楚地进行比较，从本文计算数据中取出磁场强度 45 高斯，55 高斯和 65 高斯三种情况同 Miller [6] 计算值和实验数据的比较列于表 1。

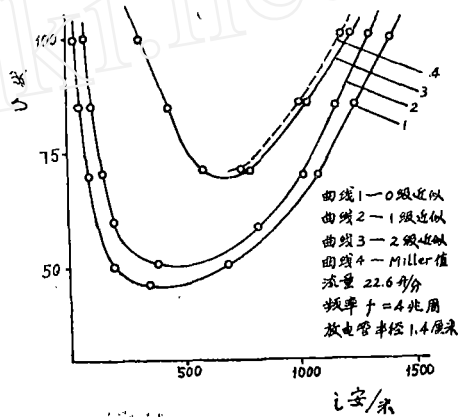


图 3 Ar 等离子体放电特性

从表 1 可看出本方法计算同 Miller [6] 用计算机和实验所得数据相当符合，表中也表示出了逐级近似的程度。

2. N<sub>2</sub> 等离子体：对 N<sub>2</sub> 等离子体放电特性计算参数为放电管半径  $r_0$  为 2 厘米，频率  $f$  为 10 兆周， $r_0^2 f = 4000$  米<sup>2</sup>/秒。为不同特性比较，还对  $r_0$  为 2 厘米，频率  $f$  为 4.4 兆周， $r_0^2 f = 1760$  米<sup>2</sup>/秒的放电特性作了计算。计算结果如图 4 所示。曲线 1，2 和 3 的计算参数相同，曲线 1 是 Walsh [12] 的计算，曲线 2 和 3 是本计算 1 级和 0 级近似。曲线 4 是相对于  $r_0$  为 2 厘米，频率  $f$  为 4.4 兆周计算的。为同 Walsh [12] 计算比较，本计算中亦取流量为零，所以就勿需作 2 级近似。从图中可

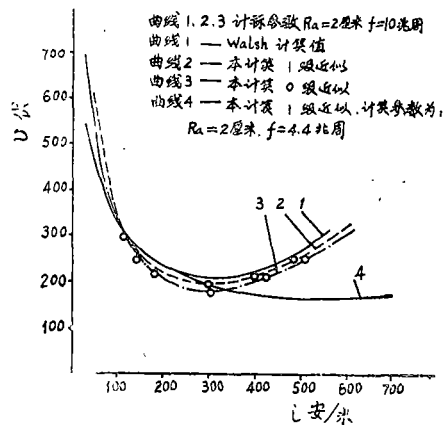


图 4 N<sub>2</sub> 等离子体放电特性

看出，本计算同Walsh计算很符合。

表1 本计算同文献 [6] 数据比较

磁感应强度 (高斯)	流量 (升/分)	频率 (兆周)	放电管半径 (厘米)	放电功率(千瓦)		备注
				计算值	实验值	
45	22.6	4	1.4	2.73	2.2	Miller [6]
45	22.6	4	1.4	3.85		本计算0级近似
				3.70		本计算1级近似
				2.76		本计算2级近似
55	22.6	4	1.4	4.46	4.2	Miller [6]
55	22.6	4	1.4	5.40		本计算0级近似
				5.00		本计算1级近似
				4.60		本计算2级近似
65	22.6	4	1.4	6.25		Miller [6]
65	22.6	4	1.4	7.24		本计算0级近似
				6.60		本计算1级近似
				6.40		本计算2级近似

3.  $H_2$  等离子体: 对  $H_2$  等离子体放电特性的计算参数放电管半径  $r_0$  为1.5厘米, 频率  $f$  为4兆周,  $r_0^2 f = 900$  米<sup>2</sup>/秒, 流量为零。计算的放电特性如图5所示。由于  $H_2$  的辐射系数较  $N_2$ ,  $O_2$ , Ar 都小, 热箍缩大, 放电半径较小, 温度较低, 所以辐射影响较小, 因之0级曲线很接近1级曲线。由于现在产生高频纯  $H_2$  等离子体, 实际能达到的流量非常小, 所以在实际计算中, 可以假定流量为零。由  $H_2$  等离子体放电特性表明维持  $H_2$  等离子体最小功率为32千瓦, 一般高频等离子振荡发生器工业效率为50—60%, 若取作55%, 则振荡器功率为58千瓦, 美国T AFF实验为60千瓦 [15], 其参数放电管半径  $r_0$  为1.1", 频率  $f$  为4兆周, 这与我们计算所选参数基本相同。我们的实验值为56千瓦, 参数为放电管半径  $r_0$  为4厘米, 频率  $f$  为3.4兆周。

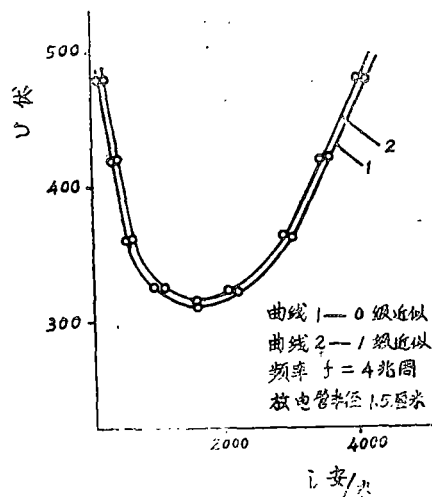


图5  $H_2$  等离子体放电特性

通过对Ar,  $N_2$  和  $H_2$  等离子体的计算表明, 在10000°K以下, 辐射损失一般占放电功率的10%左右。考虑对流增加的传热量的影响如图6所示。  $Q_K$  为考虑对流等离子体向周围气体层增加的传热量, 即式(38)右端的第一项。  $Q_T$  为不考虑对流等离子体向周围静止气体层传出的热量, 即式(38)右端的第二项。  $K$  是放电管半径  $r_0$  同放电管半径  $r_a$  之比。图6是对Ar作的, 流量22.6升/分, 放电管半径1.4厘米, 频率4兆周。从

图中可看出,当 $K$ 较大时,对流增加的传热量将占很大一部分,若不考虑这部分,对计算结果将会带来较大的误差,流量越大越严重。

### 八、关于放电特性的讨论

在放电特性中, $r_0^2 f$ 是一个相当重要的参数,对同一种气体,特性线的左半支不论 $r_0^2 f$ 为什么值,都基本位于同一条曲线上,但 $r_0^2 f$ 的值越大,则开始分支就越早,如图4中的曲线1与曲线4所示。进一步的研究表明,特性线上的最低点一般都发生在 $\sqrt{2}r_a/\Delta = 2.5-3$ 的范围内。

在研究放电特性中,有时可将 $v_p-I_p$ 转换为 $H-P/(IH)$ 关系。将上述对Ar, N<sub>2</sub>和H<sub>2</sub>计算的 $H-P/(IH)$ 特性如图7所示。图中也绘出了几条不同耦合值的振荡器特

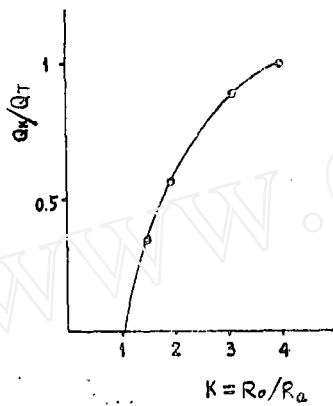


图6  $Q_K/Q_T-K$ 关系

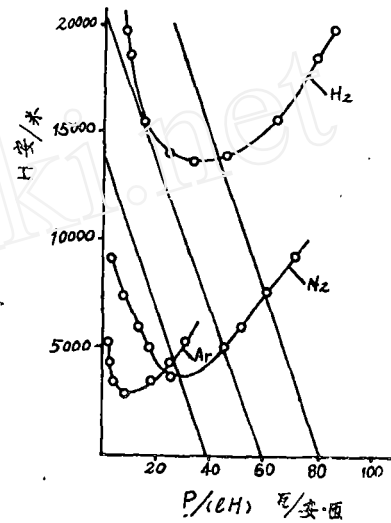


图7 等离子体特性与振荡器特性

性。根据振荡管的特性曲线和特性参数,对给定的板压、栅偏压和反馈系数,用图解法或算法对各种不同的负载可求出槽压 $U_K$ 与阳极一次谐波电流 $I_{a1}$ 的特性曲线,然后可很容易的换算到 $H-P/(IH)$ 特性图上。

若能进行稳定的放电,等离子体放电曲线必须同振荡器输出特性曲线相交,当后者向左下角移动到与前者相切时,此切点即最小运转点,若继续向左下方变化则弧将熄灭。实际上弧的熄灭将发生在最小运转点右面一段距离处,这可能由于弧噪声和涨落特性的原因。从图7可看到,两组曲线可相交于最小运转点的左面或右面,但只有相交于右面才是稳定的,即交点处振荡器特性曲线的负斜率必须超过等离子体特性曲线的斜率。

从图7可知,Ar远比N<sub>2</sub>容易,N<sub>2</sub>比H<sub>2</sub>容易维持放电,即维持放电,Ar所需功率远比N<sub>2</sub>小,N<sub>2</sub>比H<sub>2</sub>小。特性线的交点对一定等离子体特性线来说决定于两个重要因素,一是当放电功率 $P$ 为零时相应的 $H$ 值,一为振荡器特性线的斜率,前者是振荡器板压、槽路电容、放电管感应线圈参数和耦合程度的函数。

上面已谈到,  $r_0^2 f$  是一个重要的参数。当其值  $r_0^2 f \propto r_a^2 f$  维持常数时, 对运转在相同温度的放电管来说,  $P/I$  与  $H$  有相同的函数关系, 所以它是一个模拟准则的量。当其值增大时, 等离子体特性线右半支向左移动, 这意味着可在较小功率下维持放电。增大半径将导致感应线圈增大, 耦合降低, 同时由于电感量增加, 致使振荡频率下降。增加频率  $f$ , 振荡器难制造, 但放电功率随频率升高而增加, 感应线圈功率也随之上升。放电温度也是等离子体的一个重要参数, 它实际确定了放电的有用性能。因此最佳频率判据, 一个是要求振荡器到感应放电能量转换效率要高, 另一个是要求耗费最少能量以达到所需气体温度。估算指出最佳频率区间为

$$3 \leq \sqrt{2} r_a / \Delta \leq 5.5 \text{ 或 } 0.5 \times 10^9 / (\sigma r_a^2) \leq 1.5 \times 10^9 / (\sigma r_a^2) \quad (54)$$

当  $\sqrt{2} r_a / \Delta \leq 3$  时, 为了使气体达到所需温度, 必须增加感应线圈电流。当  $\sqrt{2} r_a / \Delta \geq 5$  时, 感应线圈功率增加, 放电半径趋向放电管半径, 增加了管壁热负荷, 对于石英玻璃极限热负荷是 90 瓦/厘米<sup>2</sup>。在实际放电中, 当感应线圈高度与直径可比时, 频率增加超过上界, 将加强不利的二维效应, 特别是放电管轴心附近变冷, 结果降低了按体积平均温度。

等离子体负载与振荡器输出匹配问题是一个重要的问题。所谓匹配就是指在较高的效率下输出较大功率, 在特性图上相应于工作点的  $H$  为空载  $H_0$  的一半。一般希望振荡器工作在过压状态, 这时功率输出降低, 效率变化不大 (除非强过压状态), 槽压有所提高, 栅流较大, 板流较小, 相反在欠压状态下, 板流较大, 栅流较小, 板耗大, 效率低。一般减小  $H_0$  值即向过压方向发展, 增加  $H_0$  值即向欠压方向发展。对单原子气体比分子气体效率低, 一般在低功率运转有较高的效率。Ar 工作效率约为 30%, O<sub>2</sub> 约为 40—50%。通常认为效率 [效率定义为 (输入功率 - 板耗) / 输入功率] 为 60% 就处于良好的工作状态。有按 T 形和 Π 形线路安装的自激振荡器中阳极电路最高效率分别为 77.3% 和 78.6%。在两只管子并联的装置中阳极电路效率可达 80—81%, 但要获得高于 90% 的效率只有采用带移相器的电容三点式线路才有可能 [9]。

## 九、结 论

1) 本文所提出的计算模型和方法, 对于放电重要参数计算的结果, 同现有文献用计算机计算和实验得到的结果很符合, 但计算得到了很大的简化。

2) 本方法的计算可用来预示和研究无流动 (实指流量很小) 和有流动等离子体状态的放电工作点和稳定性。

3) 讨论了感应放电中的一些重要因素, 如稳定性、模拟参数、匹配、等离子体特性阻抗和等效线路、不同气体性质的放电特性、欠压和过压状态、工作点调整、最佳频率和结构参数的选择等, 这给使用和等离子体发生器设计者提供了理论指导。

4) 大流量工作情况下计算散热损失, 应考虑由于对流而增加的附加项。

5) 在现代技术情况下, 稳态感应放电中要达到高于 11000°K 的放电温度实际上是不可能的。所以辐射的影响不很严重。

6) 为解决工程实际问题, 用本方法进行放电参数和放电特性的计算是适当的。

## 参 考 文 献

- [1] Pridmore-Brown, D. C. (1970), J. Appl. Phys., **41**:3621.
- [2] Ekert, H. U. and Pridmore-Brown, D. C. (1971), J. Appl. Phys., **42**:5051.
- [3] Ekert, H. U. (1970), J. Appl. Phys., **41**:1520.
- [4] Freeman, M. P. and Chase, J. D. (1968), J. Appl. Phys., **39**:80.
- [5] Райзер, Ю. П. (1969), Усп. физ. наук, 99:688.
- [6] Miller, Reid C. and Richard, J. Ayen (1969), J. Appl. Phys., **40**:5260.
- [7] Toyonobu Yoshida and Kazuo Akashi (1975), IUPAC Thermal Plasma Round Table, Odeillo.
- [8] Boules, M. J. (1976), IEEE Trans. On Plasma Sci., Ps-4, 1:28.
- [9] Дресвин, С. В. (1972), Физика и техника низкотемпературной плазмы, М., Атомиздат.
- [10] Райзер, Ю. П. (1968), ПМТФ, 3:3.
- [11] Трехов, Е. С., и др. (1967), Тепло. выс. темп., 5, 4.
- [12] Walsh, B. W. (1972), Chem. Eng. Sci., **27**:511.
- [13] Emmons, H. W. (1967), Phys. Fluids, 10:1125.
- [14] Варгафтик, Н. Б. (1963), Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей, М., Физматгиз.
- [15] Thorpe, M. L. and Scammon, L. W., NASA CR-1343.
- [16] Ekert, H. U. (1974), High Temp. Sci., **6**, 2:1099.
- [17] Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. (1959), Conduction of Heat in Solids, Oxford Press.
- [18] Дымшиц, Б. М. (1972), ЖТФ, **42**, 4:769.