

超音速进气叶栅

S_1 流面分析中的一些问题

中国科学院力学研究所 吴邦贤

在超跨音速压气机级中,靠近顶部,进口相对气流是超音速的;靠近根部,进口相对气流是亚音速的。这时,顶部附近的叶型设计、激波位置、气流攻角、损失、流通能力等是我们关心的主要内容。因为,如果对这部分流动本质没有较清晰的了解,就不能把握叶型设计的正确方法,就有可能严重影响级的性能。

对于跨音速转子内部的三元、粘性、混合型流动方程,即使暂时忽略粘性,精确求解也是相当困难、相当复杂的。虽然有关的数值计算,如松弛型混合差分法和时间相关法,近十年来有了很快的发展,但应用到解决设计问题还有相当长一段距离。因此目前我们根据已经掌握的知识,进行工程上可以接受的设计计算并辅之以一些近似分析。

按照通常的做法,根据吴仲华教授的一般三元流动理论,在中心 S_2 流面计算完成后,我们可以在 S_1 回转面上进行超音速叶栅的细致的气动分析。对于所研究的跨音速级,我们只考虑相对气流为超音速、子午分量为亚音速的情形,并且只限于讨论已起动工况。

本文企图着重阐述有关的一些概念,提出一些看法,而不想在具体作法、步骤上多花笔墨。

一、栅前激波模型

当进口相对气流为超音速而子午分量为亚音速时,所有由叶片产生的扰动(包括压缩波和膨胀波)能向上游传播,在栅前建立了周期性的激波。由于激波两侧膨胀波的干扰,激波向上游延伸时很快削弱,并最终蜕变为未扰动的特征线。这正是建立上游稳定流动所需要的条件。

为了计算进口区流场,栅前激波作为进口区上游边界,是计算的起点。因此准确确定激波形状就很重要。或者说,激波形状计算与流场计算是同时进行的、相辅相成的。

对于单翼,Moockel^[1]早已成功地建立了比较实用的脱体激波模型(包括激波形状和脱体距离、位置)。对于二元平面叶栅,激波上游为不均匀流场,不好完全照搬Moockel模型。幸而在激波贴体时,由于波后流场全部为超音速,可以从叶背前缘点出发,利用特征方程及斜激波关系逐段把激波形状算出^[2]。若来流 M 数较低,激波较弱,因而可以假定为等熵,则斜激波关系蜕化为等熵压缩的关系,激波前与激波后可以看作是简单波流动,因而激波形状与进口流场可以用图解法得到^[3,4]。若激波是脱体的,激波后叶片头部附近存在局部亚音速区,使计算大为困难,作为近似计算,往往只限于计算波后超音速部分,例如^[2,5]。计算时,可以从栅前较远的一点开始(在这点认为激波已蜕变为特征线,而激波前、后的膨胀波在这点恰好抵消),向内用特征方程及斜激波关系(或等熵压缩关系)逐段算出激波形状,直到激波上的音速点为止。头部附近的激波形状和位置一般仍用Moockel模型与上面的激波衔接。

显然,栅前激波的形成机理与孤立机翼不同。它是从相邻叶片叶背上结束局部超音速区的激波发展起来的。因此,栅前激波是否贴体,脱体波的脱体距离和形状,除了受叶型及来流参数的影响,还要受叶栅结构的影响。不考虑叶栅的影响,用孤立叶型的办法,在进气 M 数、进气攻角条件下得到的激波波型,与按不均匀流场计算所得的激波波形的差别,可见图1。

对于回转面上的叶栅,由于沿特征线气体参数不是常数,用前述简单的方法计算波形有困难,可以用特征线法在求解流场的同时计算波形。

气流穿过激波的总压损失,原则上可以按斜激波公式计算得到。由于每根流线从上游进入叶栅通道须穿过无数道激波,对于一个通道的一个平均激波损失(熵增)相当于从叶片前缘到上游无限远沿一道激波的损失按质量加权平均值。对于平面叶栅,

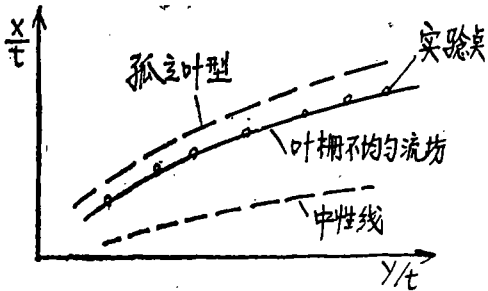


图1 (取自 [5])

$$-\frac{\Delta S}{R} = \int_0^\infty \log \left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ} \right) \frac{dW}{W_i} \quad (1)$$

式中, W_i 为通过一个通道的流量, p_1° , p_2° 分别为波前、后总压。

对于回转面叶栅, 考虑相对总温的变化, 可以写成

$$-\frac{\Delta S}{R} = \int_0^\infty \log \left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ} \right) \left(\frac{T_1^\circ}{T_2^\circ} \right)^{\frac{k}{k-1}} \frac{dW}{W_i} \quad (1')$$

平均总压恢复应为

$$\left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ} \right) = \left(\frac{T_2^\circ}{T_1^\circ} \right)^{\frac{k}{k-1}} \exp \left(-\frac{\Delta S}{R} \right) \quad (2)$$

Klapploth给出了平面叶栅脱体激波的平均激波损失近似公式^[6]

$$\left(\frac{p_2^\circ}{p_1^\circ} \right) = 1 - K_M \frac{t_s/2}{2\pi r \cos \beta_1} \quad (3)$$

式中系数 $K_M = f(M)$ 根据实验整理绘成曲线可查。在上式中, 总压损失与来流 M 数、前缘厚度、栅距、叶片角有关。实际计算结果表明, 对一般叶型, $M = 1.5$ 以下, 平均总压损失约为千分之几的量级。因此, 通常的确可以对这部分激波按等熵处理。

二、回转流面上超音速膨胀关系及唯一攻角

1. 回转流面上的特征方程及其相容关系

一般说来, 弯曲激波后的叶栅流场中, 在流线法向存在熵的梯度, 它代表了流场中的旋涡, 因此激波后是有旋流场。虽然熵在流线法向分布是不均匀的,

但沿流线是等熵的。我们现在来分析由叶片吸力面、栅前激波、第一道吞入马氏波及滞止流线所包围的进口流场。显然, 第一道吞入波以后的膨胀波对其他叶片通道没有影响。而第一道吞入波之前的叶型及相应的膨胀波将改变下一个通道的流动条件。

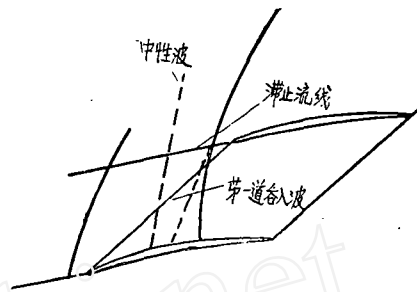


图2 起音速叶栅的进口区

对激波后的有旋流超音速区, 可以用特征线法求解。[7,8]已推出了回转面上的特征方程。用一阶偏微分方程组的数学理论, 也可导出类似的结果。在附录中列出了简单的推导过程。这里把主要结果列在下面:

$$\text{特征方程为} \left(r \frac{d\theta}{dl} \right)_{I, II} = \text{tg}(\theta \pm \mu) \quad (4)$$

特征相容方程为

$$\left. \begin{aligned} \frac{dW}{W} \Big|_I &= -\text{tg}\mu d\theta \Big|_I - \frac{B \sin^2 \mu}{W \cos \mu \cos(\theta - \mu)} \\ &\quad \times dl \Big|_I + \frac{Q \sin \mu}{W \cos(\theta - \mu)} dl \Big|_I \\ \frac{dW}{W} \Big|_{II} &= +\text{tg}\mu d\theta \Big|_{II} - \frac{B \sin^2 \mu}{W \cos \mu \cos(\theta + \mu)} \\ &\quad \times dl \Big|_{II} - \frac{Q \sin \mu}{W \cos(\theta + \mu)} dl \Big|_{II} \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

其中

$$B = W_1 \frac{d \ln \tau}{dl} - \frac{W_1}{r} \sin \sigma \left(1 + \frac{r^2 \omega^2}{a^2} \right)$$

$$Q = \frac{1}{W} \left(\frac{dI}{dj} - T \frac{ds}{dj} \right) + \left(\frac{W_s}{r} + 2\omega \right) \sin \sigma$$

式中 τ 是叶片厚度, j 是回转流面上流线法向, dI/dj , ds/dj 分别为沿流线法向转子焓及熵的梯度。

为了用特征线法解进口区流场, 前面已经提过, 必须同时求出栅前激波形状。对于脱体激波, 还必须已知音速线的形状。通常近似假定音速线为直线, 假

定叶型上音速点的位置。激波上的音速点位置可以根据连续方程求出。

2. 回转流面上的简单波流动的概念

在平面二元超音速流动中,在某种条件下可以出现只有一族波的简单波流动。它的特点是,

1) 沿一族特征线参数是均匀的。在物理平面上的流动沿着速度平面的另一族特征线变化。因此速度沿流线的变化可以直接积分得到所谓的 Prandtl-Meyer 公式。

2) 特征线是直线。

这两个特点使得流场的计算变得非常简单。由于它的计算简单,因此,在很多场合,即使不是严格遵守简单波流动的条件,也近似地应用这个概念。实际上是推广了简单波的概念。

1) 在弯曲激波后的非均匀流中,若熵的梯度不大(来流 M 较小,激波较弱),可以忽略膨胀波在激波上的反射,仍按简单波计算。实际上,这时激波被看作为等熵压缩波,激波前后气流方向的折转按 P-M 公式与速度的变化相联系。

2) 若激波后熵的梯度较大,这时特征相容方程可写成^[6]

$$\mp \frac{d\theta}{\sin\mu\cos\mu} + \frac{dp}{\rho} + \frac{1}{k} d \left(\frac{S}{C_v} \right) = 0$$

$$\text{或} \pm \frac{d\theta}{\sin\mu\cos\mu} - \frac{dp}{kp} = 0 \quad (6)$$

式中正、负号分别属于左行、右行波。

这时我们可以定义一族波流动为气流方向 θ 和压力 p 沿特征线保持常值的流动。但由于熵的分布不均匀,其他参数(如速度密度)沿特征线可能是不均匀的。当然这时特征线也不是直线了。气流的方向和压力作为叶片发出的扰动信号向下游传播。

3) 在回转流面上,特征相容方程可写成

$$\left(\frac{d\theta}{\sin\mu\cos\mu} \pm \frac{dp}{kp} \pm \frac{\cos\theta}{\cos\mu\cos(\theta\pm\mu)} \frac{dI_a(r,r)}{dl} \right)$$

$$dl + \frac{\text{tg}(\theta\pm\mu)}{\sin\mu\cos\mu} \frac{\omega^2 r}{W^2} dr$$

$$+ \frac{1}{W\sin\mu\cos(\theta\pm\mu)} \left(\frac{W_a}{r} + 2\omega \right) dr = 0 \quad (7)$$

这时,由于增加了与半径变化、流片厚度变化及旋转

坐标系中的相对运动有关的项,方程要比以上两种情况复杂得多。即使假定沿一族波 $d\theta=0$, 但 $dp \neq 0$, 一般来说已很难保留一族波流动的物理概念了。但若流面锥角很小,流片厚度变化也很小,仍可近似按简单波流动处理以便于计算。但必须注意它的应用前提及近似性^[1]。

3. 唯一攻角的计算

对一定的叶栅,进气 M 数和进气方向角之间存在唯一的联系,它可以用一根 $M_\infty - \beta_\infty$ 曲线来表示。设计出来的叶栅,进行流场计算之前,必须首先确立唯一攻角关系,校核选定攻角。有人估计,当 $\beta \approx 70^\circ$ 时, β 相差 1° 将会影响流量 5%。

用特征线法解进口流场,必须同时算出激波形状。由于计算过程是从上游向下游推进,计算不得不对带有头叶片的半无限叶栅进行。计算从头叶片开始,推进到若干个通道,直至满足周期性条件。然后,建立上游来流与进口区参数之间的积分关系式,解方程组以确定均匀上游来流条件。为了确立叶栅的唯一攻角关系,需作一系列这样的计算。但若能找到进口区参数与上游参数之间的直接关系,只需分析无限叶栅中的一个通道,就可很快找到上游条件,避开冗长的流场计算与激波计算。对于简单波的流动就可以建立这种直接关系。

3. 1 平面叶栅 对图 2 所示的进口区流场,我们必可在叶背上找到一点,它发出的膨胀波既不与本叶片前缘的激波相交,也不与下一叶片的激波相交,而直达上游。因此波上的参数就是上游未扰动参数 (M_∞, β_∞) 。叶背上的这一点叫中性点,从这点发出的波叫中性波。气流沿叶背的膨胀可用 P-M 公式来描述。即:

$$\beta_\infty = \beta_E + v_E(M_E) - v_\infty(M_\infty) \quad (8)$$

式中

$$v = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}} \text{tg}^{-1} \sqrt{\frac{k-1}{k+1} (M^2 - 1)} - \text{tg}^{-1} \sqrt{M^2 - 1}$$

下角 ∞ 代表上游值(但可取在中性波上),下角 E 代表第一道吞入波值。

对上游与第一道吞入波之间的控制体系(以两条相邻的滞止流线为界)列出连续方程

$$\beta_\infty W_\infty \text{tg}\cos\beta_\infty = \rho_E W_E \sin\mu_E$$

若激波为等熵(这是作简单波流动分析的前提^[2]),上

1) [6] 在进行回转流面分析时,用了平面 P-M 公式,会带来一些误差。[8] 推导了回转流面上的一族波流动沿流线速度变化公式。不过它也只在上述条件下有一定的意义。

2) 有的文献,如 [6],既按简单波流动计算,在应用连续方程时,又考虑激波损失,事实上这种做法不可能提高计算结果的精度,因为计算体系自身就不封闭。

式可写成

$$tq(\lambda_\infty)\cos\beta_\infty = bq(\lambda_E)\sin\mu_E \quad (9)$$

式中 t 是栅距, $\lambda = W/a^*$, a^* 为滞止声速, $q(\lambda) = A^*/A = \rho W/(\rho W)^*$, b 是第一道吞入波长度, 可用图解法或解析法求出。

对任意给定的一对 (M_E, β_E) 值联立方程 (8), (9) 就可解出一组 (M_∞, β_∞) , 因而得到叶栅的唯一攻角关系。

栅前激波为脱体或贴体会影响第一道吞入波的位置(因而影响 M 数)及滞止流线位置(因而影响 b 值), 但由于叶型很平, 并假定滞止流线通过前缘中心, 因此, 这种影响在计算中反映不出来。

3.2 回转面叶栅 由于不存在平面叶栅中那样的简单波流动, 因此不能直接积分得到一个联系上游与进口区参数的解析关系。特别是, 严格地说, 现在无法找到完全代表上游参数的中性波及中性点。但对跨音速压气机顶部附近截面, 若流面倾角很小, 流片厚度变化率 $d\tau/dl$ 很小, 激波后熵的梯度 dS/dl 很小, 而且这几项从前缘往上游方向很快衰减为0, 则根据上节的分析, 仍可将进口区近似看作是简单波流动。并进一步假定在叶背上仍可找到一个中性点, 它发出的波上的参数与上游参数相等。这是因为膨胀波很快伸向前缘上游方向, 因而波上的参数近似为常值。

〔8〕在假定一族波流动的前提下, 导出了超音速回转面上沿流线的速度变化公式, 即

$$\frac{dW}{W} = -tg\mu d\theta + tg^2\mu \frac{dln\tau}{dx} dx + tg^2\mu \frac{\cos\theta\sin\sigma}{r} \times (1 + M_\infty^2) dx \quad (10)$$

式中 x 为流线上。

由于流片厚度的收缩及流面倾角为负值, 气流的加速小于 $P-M$ 公式计算值。〔8〕给出了数例。于是平面叶栅中的方程(8)在回转面叶栅上被式(10)代替。式(10)可作近似数值积分, 方程右端各项系数取平均值。作为初值可先按 $P-M$ 公式求得第二点的值与第一点数值平均得到。连续方程写成

$$t\tau_\infty q(\lambda_\infty)\cos\beta_\infty = b\tau_E q(\lambda_E)(\sin\mu_E) \times (\overline{T_\infty}^\circ / \overline{T_E}^\circ) \quad (11)$$

式中 $\overline{T_\infty}^\circ, \overline{T_E}^\circ$ 为相应位置的相对滞止温度。方程右端各量取第一道吞入波上平均值。

给定一对 $\overline{M_E}, \overline{\beta_E}$, 方程(10), (11)联立, 即可求得 $\overline{M_\infty}, \overline{\beta_\infty}$, 于是可得唯一攻角关系。

4. 攻角的经验选取

由于叶栅唯一攻角的计算工作量很大, 又不容易算准, 因此在设计时往往根据经验选用一个攻角。如

〔10—12〕认为主要考虑叶背前缘厚度的影响和边界层影响, 取中性点叶背攻角为 $1^\circ-1.5^\circ$ 不等。也即由于以上两个因素使轴向速度加大、气流角减小, 因此必须让叶背在中性点位置与当地自由流保持 $1^\circ-1.5^\circ$ 攻角, 使气流在该位置的实际方向与上游方向一致。由于叶背上中性点位置无法事先确定, 因此在叶片设计完成后, 应用上述方法校核唯一攻角。

三、槽道激波和喉部裕度

1. 槽道激波损失模型的讨论

栅前激波向叶栅槽道内伸入的一支就是槽道激波。已有不少人在压气机转子叶尖用高频率响应压电石英晶体测量了叶栅内压力分布, 如〔13〕。由等压线来大致确定激波的形状和位置。近年来采用激光干涉法在叶栅内进行激波测量更是非常活跃。但因为这区域内流动现象极为复杂, 有关槽道激波的机理和模型目前还未解决。Miller在实验测量数据分析的基础上提出了一个计算槽道激波损失的近似模型〔14〕。他认为压气机内部流动损失主要包括激波损失和叶型损失两部分。激波损失可以用简化的正激波模型来估计。

从叶片前缘向槽道中线作垂线交于相邻叶片的叶背一点 B 。槽道激波损失可以用激波着陆点 B 处 M 数 M_B 和激波顶点 A 处波前 M 数 M_A 的算术平均值作为平均激波前 M 数, 按正激波查表得到。

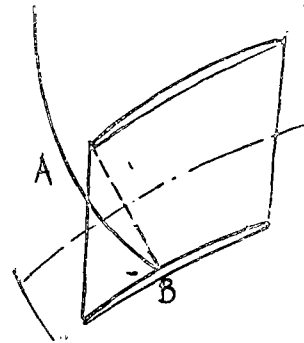


图 3

我们用一元的办法按照这个模型对某跨音速压气机顶部附近几个流面进行气动分析, 计算通过激波的熵增 $\Delta S/R$, 加功量 $V_0 r$, 静压升高和 M 数变化。激波前气流等熵膨胀, 激波后气流为亚音速扩压过程。在这区间内叶型损失(总熵增扣除激波熵增)按线性递增。计算结果见表1。

给定数据:

表1 IV截面激波计算数据

| | | | | | | | | | |
|------------|--------|--------|--|--------------------|--|--|----------------------|--------------------------|---------|
| M_∞ | M_A | M_B | | $(\Delta S/R)_{总}$ | | | $\Delta(V_{or})_{总}$ | $(p/p_\infty^\circ)_{出}$ | $M_{出}$ |
| 1.1947 | 1.3255 | 1.4627 | | 0.05074 | | | 35.0559 | 1.177 | 0.77 |

计算结果:

| 项目 计算方法 | $\bar{M}_{前}$ | $\bar{M}_{后}$ | $(\Delta S/R)_{波}$ | $(V_{or})_{前}$ | $(V_{or})_{后}$ | $\Delta(V_{or})_{总}$ | $(p/p_\infty^\circ)_{出}$ | $M_{出}$ |
|---|---------------|---------------|--------------------|----------------|----------------|----------------------|--------------------------|---------|
| $\bar{M} = \frac{1}{2}(M_A + M_B)$ | 1.375 | 0.75 | 0.03881 | -4.958 | 33.4 | 37.475 | 1.24396 | 0.7382 |
| $\bar{M} = \frac{1}{2}(M_\infty + M_B)$ | 1.3287 | 0.775 | 0.02746 | -2.546 | 31.631 | 35.59 | 1.1875 | 0.7672 |

下标总, 出, 前, 后, 波, 分别表示总增量, 出口, 激波前, 激波后, 激波。

给定数据:

表2 II截面激波计算数据

| | | | | | | | | | |
|------------|--------|--------|--|--------------------|--|--|----------------------|--------------------------|---------|
| M_∞ | M_A | M_B | | $(\Delta S/R)_{总}$ | | | $\Delta(V_{or})_{总}$ | $(p/p_\infty^\circ)_{出}$ | $M_{出}$ |
| 1.2735 | 1.3829 | 1.4933 | | 0.0867 | | | 36.477 | 1.166 | 0.8142 |

计算结果:

| 项目 计算方法 | $\bar{M}_{前}$ | $\bar{M}_{后}$ | $(\Delta S/R)_{波}$ | $(V_{or})_{前}$ | $(V_{or})_{后}$ | $\Delta(V_{or})_{总}$ | $(p/p_\infty^\circ)_{出}$ | $M_{出}$ |
|---|---------------|---------------|--------------------|----------------|----------------|----------------------|--------------------------|---------|
| $\bar{M} = \frac{1}{2}(M_A + M_B)$ | 1.4015 | 0.739 | 0.03926 | -4.61 | 43.271 | 48.275 | 1.3698 | 0.6897 |
| $\bar{M} = \frac{1}{2}(M_\infty + M_B)$ | 1.3834 | 0.745 | 0.03489 | -3.51 | 42.167 | 41.041 | 1.2568 | 0.7818 |

由表1第一行可见, 计算数据 $(\Delta S/R)_{总}$, $(V_{or})_{出}$, $(p/p_\infty^\circ)_{出}$, $M_{出}$ 与给定数据不符。 $(\Delta S/R)_{波}$ $(\Delta S/R)_{总}$ 中所占比例太大(根据Miller的估计及实验数据统计, 激波损失约占总熵增的30%上下), $\Delta(V_{or})_{总}$ 偏大, $(p/p_\infty^\circ)_{出}$ 偏高, $M_{出}$ 偏小。分析原因, 这是由于激波模型假设不合适引起的。也就是说, 用这种模型高估了激波强度。为了压低激波的强度, 有人建议(并被广为采纳)用 M_B 和 M_∞ 的平均值作为波前M数, 这就是表中第二行的数据。与给定值比较, 四对数据都很接近。这就证实了上述分析。再看接近叶尖的截面II的计算结果。

由表2中数据看出, 第一, 采用前述办法用 M_∞ 与 M_B 的平均值把波前M数降下来, 激波强度仍偏高, 还必须进一步降低激波强度。但这样使激波熵增在总熵增中占比例太小。

第二, 从IV, II截面的结果看出, 当通道计算满足连续方程时(出口M数符合给定值)激波后到通道出口, 几乎没有减速, 甚至出现加速。这意味着叶栅通道有很大一部分对气流不作功或作负功。显然这对压气机工作是非常不利的。

由此可见, 一种简单的槽道正激波模型不能确切反映实际损失。可能的解释是激波应是斜的。另一个重要因素是, 由于压气机叶栅中激波与边界层的干扰影响, 使激波前边界层增厚, 产生压缩波, 实际波前M数降低, 因而削弱了激波的强度。已有实测的压气机叶栅激波增压的数据(〔16〕中图3和〔17〕中图6, 1, 2)。应该指出, 目前设计计算中是引用了经过归纳的实测损失数据的。

图中实线为经验关系, 并可写成对正激波方程的修正形式:

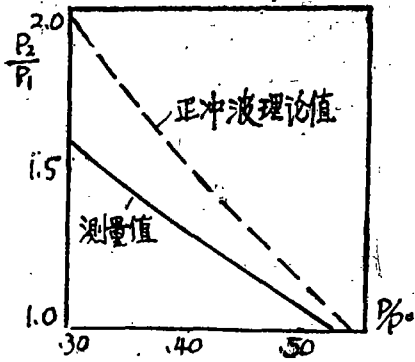


图4 测量的叶栅内正激波静压比 取自 [16]

$$\frac{P_2}{P_1} = 1 + \frac{2k}{k+1} (M^2 - 1) \eta, \quad \eta \text{取} 0.64$$

因此,为了建立比较合理的激波模型,以便进行气动分析,必须对流动物理图案作更深入的研究,而理想无粘性主流计算已无能为力。

2. 喉部裕度

在压气机级设计中必须保证的重要参数之一是流量。设计出来的压气机若达不到给定的流量值,这是设计的失败。但若喉部面积过大,允许通过的流量过大,在亚音速情况下,这意味着特性线的右移,使整个机组匹配不当,效率降低。在超音速情况下,喉部面积对槽道激波的形状和位置起控制作用,因而影响进口区的扩压和激波损失的数值。此外,喉部面积也受到叶型叶栅参数(如多圆弧造型中的前弯比、稠度等)的制约,并非完全任意选取。

当我们借助于两族流面进行气动设计时,要求在每一回转流面上都不发生流量堵塞,以保证我们所选择的流型。否则,即使整个级的流量达到了,但因流型被破坏,效率也会降低。

从上面也可看到,喉部大小实际上和损失大小有关(因而通常在设计时有最小损失喉部的提法),必须谨慎处之。我们的本意应该是使所设计的压气机及其各流片都恰好通过给定的流量数值。但是,一个级究竟流通能力多大?一个叶栅通道的流通能力有多大?这是个复杂的问题。我们从以下几方面来说明这个问题:

1) 在一元等熵喷管流动中,喷管的流通能力决定于喉部面积大小(喉部是喷管的最小横截面)。但在一元非等熵绝热流动中, $M = 1$ 的临界截面不是发生在喉部,而往前移了([9]中第四章习题4.26)。因此流通能力不是由喉部大小来决定,而取决于当地

总压及临界截面。

2) 如把回转面上叶栅通道看作是有半径变化的旋转一元通道,则 $M = 1$ 的临界截面,也就是控制通道最大流通能力的截面不是发生在喉部,而是发生在随半径减小,截面积渐增的某位置,因而是在喉部的下游某位置。从喉部到这一位置,若喉部为亚音速,则在这段距离内是加速过程[18]。

3) 在二元叶栅通道中,音速线形状取决于叶栅结构,与槽道几何喉部直线不一致[19]。在压气机叶栅三元通道中,临界音速截面的形状将更为复杂,就更不用说了。

只就以上几点说明,由于至今还没法仔细考虑的三元影响及非等熵(激波、边界层)效应,目前还无法准确估计压气机的流通能力,在设计之前就更谈不上。为了便于设计,通常的做法是根据经验(由大量实验数据整理而得)对叶栅通道给定喉部裕度,即仍旧沿用一元等熵流的概念,但控制通道的几何喉部,给定放大系数 B ,它包括了边界层位移厚度增长及临界截面变化等影响。 B 的定义是:

$$B = A_t / A_t^* \quad (12)$$

式中 A_t 为实际喉部面积, A_t^* 为相当于当地总参数的临界截面积。对于超音速压气机叶栅通道,在上游和临界截面之间建立一元的质量连续方程

$$G = \rho_\infty W_\infty t \tau_\infty \cos \beta_\infty = \rho^* W^* A_t^*$$

则得

$$A_t^* = \frac{\rho_\infty W_\infty t \tau_\infty \cos \beta_\infty}{\rho^* W^*} = \frac{P_\infty^{\circ}}{\sqrt{T_\infty^{\circ}}} = q(\lambda_\infty)$$

$$\cos \beta_\infty \cdot t \cdot \tau_\infty / \left(\frac{P_{cr}^{\circ}}{\sqrt{T_{cr}^{\circ}}} \cdot 1 \right)$$

$$= \frac{P_\infty^{\circ}}{P_{cr}^{\circ}} \sqrt{\frac{T_{cr}^{\circ}}{T_\infty^{\circ}}} q(\lambda_\infty) t \cdot \tau_\infty \cdot \cos \beta_\infty$$

(13)

式中 τ_∞ 为间隙处流片厚度, t 为栅距, β_∞ 为上游气流方向角, $P_\infty^{\circ}/P_{cr}^{\circ}$ 包括两道激波引起的总压损失, $T_{cr}^{\circ}/T_\infty^{\circ}$ 为回转面上半径变化引起的相对总温比,

$$\frac{T_{cr}^{\circ}}{T_\infty^{\circ}} = 1 + \frac{k+1}{2} \Lambda_{s,1}^2 \left[\left(\frac{r_{cr}}{r_\infty} \right)^2 - 1 \right],$$

$$\Lambda_{s,1} = \frac{u}{a_\infty}$$

上标 \circ 为总参数,下标 ∞ 为间隙(或上游)值, cr 为临界截面。

式(12)的定义可包括各种因素影响,原则上适用于转子、静子、平面叶栅及回转面通道。不过,由

于各人的经验,习惯做法不同,也有不同的定义方法。在设计时如参考别人的数据,必须注意它的定义,以免不恰当地引用。

对于转子,通常取 $B=1.03$ 。对亚音速静子,则定义 $B'=A_1/(\tau r_\infty \cos\beta_\infty)$, B' 值也取 1.03 [10,11]。

还要指出,喉部裕度 B 只是从几何上保证允许通过所需要的流量。至于前面提到的,由于唯一攻角估计不准所造成的流量误差并不能由此得到补偿。

以上所涉及的一些概念如简单波流动、中性点攻角、喉部裕度等及回转流面分析中的一些问题是设计中经常被广泛引用和碰到的。我们在自己的设计实践中往往感到在一些经验做法中容易产生概念混淆,这将碍于设计方法的进一步发展和完善,有必要给以澄清。

附录 回转流面上超音速有旋流场中的特征方程及其相容方程

相对坐标下可压缩、稳定、无粘性运动方程

$$(\mathbf{W} \cdot \nabla) \mathbf{W} - W^2 \mathbf{r} + 2\bar{\omega} \times \mathbf{W} = -\nabla p / \rho$$

在子午流线方向 l 及切向 θ 展开后得(σ 为流面倾角)

$$W_1 \frac{\partial W_1}{\partial l} + \frac{W_a}{r} \frac{\partial W_1}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial l} + \left[- \left(\frac{W_a^2}{r} + 2\omega W_a + \omega^2 r \right) \sin\sigma \right] = 0 \quad (A-1)$$

$$W_1 \frac{\partial W_a}{\partial r} + \frac{W_a}{r^2} \frac{\partial W_a}{\partial \theta} + \frac{1}{\rho r} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \left(\frac{W_1 W_a}{r} + 2\omega W_1 \right) \sin\sigma = 0 \quad (A-2)$$

在流面上的连续方程[7] $\frac{\partial(r\rho\tau W_1)}{\partial l} + \frac{\partial(\rho\tau W_a)}{\partial \theta} = 0$

展开后得 $\tau r W_1 \frac{\partial \rho}{\partial l} + \tau W_a \frac{\partial \rho}{\partial \theta} + \rho \tau r \frac{\partial W_1}{\partial l} + \rho \tau \frac{\partial W_a}{\partial \theta} + \rho W_1 \frac{\partial(\tau r)}{\partial l} = 0 \quad (A-3)$

假定沿流线等熵,则能量方程 $(\mathbf{W} \cdot \nabla) S = 0$ 利用状态方程 $p = R\rho T$,热力学关系 $TdS = dh - (dp/\rho)$ 及声速定义 $a^2 = (\partial p / \partial \rho)_s$ 展开后得

$$\left(W_1 \frac{\partial \rho}{\partial l} + W_a \frac{\partial \rho}{\partial \theta} \right) - \frac{1}{a^2} \left(W_1 \frac{\partial p}{\partial l} + W_a \frac{\partial p}{\partial \theta} \right) = 0 \quad (A-4)$$

式(A-1), (A-2), (A-3), (A-4)组成四个未知函数 (W_1, W_a, p, ρ) ,两个自变量 (l, θ) 的一阶拟线性偏微分方程组,应用特征线理论[20],可以找到这四个方程的线性组合,使得函数 W_1, W_a, p, ρ 的微分只在一个方向进行,于是可得如下方程组:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_1 \left(W_1 d\theta - \frac{W_a}{r} dl \right) + \lambda_2 (0) + \lambda_3 (\rho \tau r d\theta) + \lambda_4 (0) &= 0 \\ \lambda_1 (0) + \lambda_2 \left(W_1 d\theta - \frac{W_a}{r} dl \right) + \lambda_3 (-\rho \tau dl) + \lambda_4 (0) &= 0 \\ \lambda_1 \left(\frac{1}{\rho} d\theta \right) + \lambda_2 \left(-\frac{1}{\rho r} dl \right) + \lambda_3 (0) + \lambda_4 \left(-\frac{W_1}{a^2} d\theta + \frac{W_a}{a^2 r} dl \right) &= 0 \\ \lambda_1 (0) + \lambda_2 (0) + \lambda_3 (\tau r W_1 d\theta - \tau W_a dl) + \lambda_4 \left(W_1 d\theta - \frac{W_a}{r} dl \right) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (A-5)$$

这个方向可以由 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ 存在非零解的必要条件(系数行列式为0)找到。整理后可得

$$(W_1 M - W_a)^2 [(W_1 M - W_a)^2 - a^2 (1 + M^2)] = 0 \quad (A-6)$$

其中 $M \equiv r d\theta / (dl)$ 为特征线斜率。

由式(A-6)的第一个因子为0,得 $M = \frac{W_a}{W_1} \quad (A-7)$

这是对特征线为流线的二重根,把它代入原方程组后得相容方程为 $d(W^2/2) + \frac{1}{\rho} dp - W^2 r dr = 0 \quad (A-8)$

这就是旋转坐标系中的伯努利方程,它也可以从动量方程直接得到。

由式(A-5)的第二个因子为0,得

$$M = \frac{W_1 W_a \pm \sqrt{W_1^2 W_a^2 - (W_1^2 - a^2)(W_a^2 - a^2)}}{W_1^2 - a^2} = \text{tg}(\theta \pm \mu) \quad (A-9)$$

其中 μ 为左、右两族特征线与流线的夹角。

从式(A-5)可解得 $\lambda_1 = -\frac{\rho \tau r M}{W_1 M - W_a} \lambda_3, \quad \lambda_2 =$

$$\frac{\rho \tau r}{W_1 M - W_*} \lambda_3, \lambda_4 = -\tau r \lambda_3 \quad (A-10)$$

原方程组 (A-1) — (A-4) 线性组合后可写成

$$\begin{aligned} & \lambda_1 (W_1 dW_1 + \frac{1}{\rho} dp + C_1 dl) + \lambda_2 (W_1 dW_* \\ & + C_2 dl) + \lambda_3 (\rho \tau r dW_1 + \tau r W_1 d\rho + C_3 dl) + \lambda_4 (-\frac{1}{a^2} \\ & \times W_1 dp + W_1 d\rho) = 0 \end{aligned}$$

将式 (A-10) 中 λ 值代入便得

$$\begin{aligned} & -M (W_1 a W_1 + \frac{1}{\rho} dp + C_1 dl) + (W_1 dW_* \\ & + C_2 dl) + (W_1 M - W_*) [(dW_1 + W_1 \frac{dp}{\rho} \\ & + C_3 dl) + (-\frac{1}{a^2} W_1 \frac{dp}{\rho} - W_1 \frac{d\rho}{\rho})] = 0 \end{aligned}$$

将式 (A-9) 代入, 整理后可得

$$\begin{aligned} & \frac{d\theta}{\sin\mu\cos\mu} \pm \frac{dp}{kp} \pm \frac{\cos\theta}{\cos\mu\cos(\theta\pm\mu)} \frac{d\ln(\tau r)}{dl} dl \\ & + \frac{\operatorname{tg}(\theta\pm\mu)}{\sin\mu\cos\mu} \frac{\omega^2 r}{W^2} dr \\ & + \frac{1}{W\sin\mu\cos(\theta\pm\mu)} (\frac{W_*}{r} + 2\omega) dr = 0 \end{aligned} \quad (A-11)$$

$$\begin{aligned} & \text{或 } \operatorname{tg}\mu d\theta \mp \frac{dW}{W} \pm \frac{\sin^2\mu}{W\cos\mu\cos(\theta\pm\mu)} W_1 \frac{d\ln(\tau r)}{dl} \\ & \pm \frac{W_1 \sin^2\mu}{W\cos\mu\cos(\theta\pm\mu)} \frac{\omega^2 r}{a^2} dr + \frac{1}{W^2} (dI - TdS) \\ & - \frac{\sin\mu}{W\cos(\theta\pm\mu)} (\frac{W_*}{r} + 2\omega) dr = 0 \end{aligned} \quad (A-12)$$

若流线法向为 \bar{j} , 则转子焓 I 及熵 S 的梯度应为 \bar{j} 方向。物理量 X 沿特征线的变化可表示成

$$\begin{aligned} \frac{dX}{dl} &= \frac{dX}{dj} \left[\frac{\partial j}{\partial l} + \frac{\partial j}{r\partial\theta} \left(\frac{rd\theta}{dl} \right)_{I, II} \right] \\ &= \frac{dX}{dj} [-\sin\theta + \cos\theta \operatorname{tg}(\theta\pm\mu)] \\ &= \frac{dX}{dj} \frac{\pm \sin\mu}{\cos(\theta\pm\mu)} \end{aligned} \quad (A-13)$$

将式 (A-13) 代入式 (A-12), 并令

$$B = W_1 \frac{d\ln\tau}{d} - \frac{W_1}{r} \sin\sigma \left(1 + \frac{r^2 \omega^2}{a^2} \right)$$

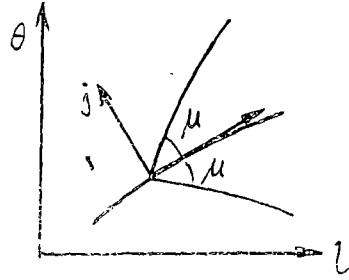


图 5

$$Q = \frac{1}{W} \left(\frac{dI}{dj} - T \frac{dS}{dj} \right) + \left(\frac{W_*}{r} + 2\omega \right)$$

得

$$\begin{aligned} \left(\frac{dW}{W} \right)_{I, II} &= \mp \operatorname{tg}\mu d\theta - \frac{B \sin^2\mu}{W \cos\mu \cos(\theta \mp \mu)} dl \\ &\pm \frac{Q \sin\mu}{W \cos(\theta \pm \mu)} dl \end{aligned} \quad (A-14)$$

这就是正文中的式(5),它与[8]中式(17)一样。

参 考 文 献

- [1] NACA TN 1921.
- [2] DDA EDR 8224或ASME 75-GT-33.
- [3] JAS, 23, 9 (1956).
- [4] Bulletin of JSME, 7, №25.
- [5] Strojnicky Casopis, 19, 2/3 (1968).
- [6] AIAA Pap. 68-563.
- [7] NACA TN 2492.
- [8] 在相对回转流面上超音速气流的膨胀,《叶轮机械气动交流会文集》(1976).
- [9] Shapiro《可压缩流的动力学与热力学(上册)》中译本.
- [10] NASA CR-72562.
- [11] NASA CR-72536.
- [12] NASA CR-120859.
- [13] NASA TN X-2170.
- [14] ASME Pap 60-WA-77.
- [15] AGARD CP-34《超跨音速压气机文集(第三辑)》国外航空编辑部.
- [17] DLRFB 71-99 (同上书)
- [18] 刘高联《叶轮机械气体动力学讲义》(上海机械学院)(1978).
- [19] 《SYMPOSIUM TRANSSONICOM II》1975.
- [20] Courant等,《Supersonic Flow and Shock Waves》第二章.