

$$x_0 = \frac{1}{2} \frac{(f-d)(\rho_0^2 + e^2 + f^2 - a^2 - b^2) - (f-b)(\rho_0^2 + e^2 + f^2 - c^2 - d^2)}{(e-a)(f-d) - (e-c)(f-b)}$$

$$y_0 = \frac{1}{2} \frac{(e-a)(\rho_0^2 + e^2 + f^2 - c^2 - d^2) - (e-c)(\rho_0^2 + e^2 + f^2 - a^2 - b^2)}{(e-a)(f-d) - (e-c)(f-b)}$$

$$R = \sqrt{(x_0 - e)^2 + (y_0 - f)^2}$$

$$y = \rho_0 \frac{R(x_0 - a) + \rho_0(y_0 - b)}{R^2 + \rho_0^2} + b$$

$$x = \rho_0 \frac{\rho_0(x_0 - a) - R(y_0 - b)}{R^2 + \rho_0^2} + a$$

### 参 考 文 献

- [1] 吴仲华, NASA TN 2604(1952).  
 [2] 忻孝康、蒋锦良, 计算叶轮机械三元流动的任定准正交面方法, 力学, 2(1977).  
 [3] Katsanis, T, NASA TN D-2546(1964).  
 [4] Katsanis, T, NASA TN D-2809(1965).  
 [5] 刘殿魁、陈静宜、刁正纲, 叶轮机械沿任意曲线的运动方程及其应用, 力学, 3(1976).

## 关于超高速水动力学问题

最近国外许多科技人员的注意力从开发外层空间转移到开发海洋。海洋学成为非常活跃的研究发展领域之一。我们不妨根据航空宇航技术的经验来预测海洋学的未来进程。本文着重研究水中和水面舰艇和导弹作超高速运动时, 在水中引起的流动现象的某些基本问题。

回顾飞机速度的提高过程, 并且将它同舰艇速度的未来发展加以比较, 颇有启发。二者既有许多相似之处, 又有一定的差别。通过比较不难发现: 超高速水动力学许多有意义的问题, 可以用高速高温空气动力学的知识加以解决。

现有各种舰艇的速度大大低于100节(100海里/小时)。水的声速大约为3000节。就速度而论, 现有造船技术还处于非常低的亚声速阶段, 即相当于飞机的初期发展阶段。在此阶段中水动力学问题的研究方法和空气动力学基本相同。

当水流速度提高到高亚声速和超声速时, 水的压缩性效应变得重要了。水流场和空气场有许多不同之处。但是水和空气既然都是流体, 必然也有相似之

点。

高速水流显示出压缩性, 主要有两个原因, 即流动速度高和流体温度高。

对于高速效应来说,  $M$ 数(流速/声速)是一个重要参数。根据空气动力学知识, 根据 $M$ 数流动可分为亚声速, 跨声速, 超声速和高超声速四种型态。可以想见, 在超高速水的动力学中也存在类似的流动型态要加以处理。尽管最近的将来还不可能有高亚声速或超声速舰艇, 但是在科学技术飞跃发展的近代, 谁能怀疑, 在不远的将来水中会出现超声速甚至高超声速的舰艇或导弹呢。

在高速水流中一个有意义的现象是空泡。一旦水的运动使其压力低于蒸汽压力, 水蒸汽突然形成, 流场流线发生变化。而当水的压力高于蒸汽压力时, 空泡则突然破裂而发出巨响。空泡参数同 $M$ 数有一定关系。不过在超高速水动力学中, 空泡同时由高速的压力效应和高温的蒸发效应决定。

此外, 在超声速水流中也产生激波。不过水中激波有许多新现象, 例如, 假使激波强度很高, 波后的

水要蒸发。这是一种由于蒸发而部分色散的激波。此问题迄今还未研究过。我们应该研究带激波和声波（包括蒸发和冷凝效应）的超声速或高亚声速水流。

在高温效应方面，流体物性起重要作用。因此高速水流同高速气流显著不同。首先水的状态方程不同于高速空气动力学中的简单完全气体定律。其次，水在高温下变成蒸汽，最后分解成氢和氧。此种相变对超高速水动力学流场产生重要影响。当高速舰艇在水中运动时，或者当炸弹在水中爆炸时，可以设想：舰艇或炸药附近的某些水会变成蒸汽，甚至分解成氢和氧，而远处的水仍然是液态。因此，超高速水动力学将要处理液气（汽）二相流。这是一个新课题。此种二相流不同于文献中迄今报导的那种二相流，因为前者是同质异相，后者是异质异相。

超高速水动力学涉及的流体速度和温度范围很广，因此在流场中流体可能是液态，气态或液汽混合物。在此仅考虑混合物稳态情况，因为在流场中流体速度将产生扰动，不允许存在亚稳态。

与普通可压缩流体动力学比较，超高速水动力学主要差别在于有一个新参数——干燥比 $\lambda$ ，其定义如下：

$$\lambda = \frac{V - V_L}{V_v - V_L} = \lambda(T_s, V)$$

式中 $V_L$ 为饱和液体比容， $V_v$ 为饱和蒸汽比容。二者都只是饱和温度 $T_s$ 的函数。为此，要加一个新的基本方程，即干燥比方程，基本方程组才封闭可解。因为干燥比表示蒸发成蒸汽的液体的质量比，同蒸发现象有密切关系。它应该通过液体分子运动论分析来决定，但是后者仍然处于初期发展阶段。利用同化学反应或分解的公式的相似性，建议采用如下干燥比方程：

$$\frac{D\lambda}{Dt} = \frac{1}{t_\lambda} (\lambda_s - \lambda)$$

式中 $t_\lambda$ 为蒸发或冷凝的特征时间。它应该通过液体分子运动论或实验来确定。在宏观理论中它可假定为混合物的饱和温度 $T_s$ 和比容的已知函数。现在还没有研究如何精确确定 $t_\lambda(T_s, V)$ 的问题。因此，研究如下两种特殊情况也是有意义的：（一）平衡流动， $t_\lambda = 0$ ， $\lambda = \lambda_s(T_s, V)$ 。此时假定 $\lambda$ 值随 $T_s$ 和 $V$ 瞬时变化；（二）冻结流动，此时流场 $t_\lambda = \infty$ ， $\lambda =$ 常数。可以预料，一般情况处于以上二极端情况之间。既然不知道任何液体的干燥比随温度和比容的时间变化，在研究非平衡情况之前，应该先研究这两种极端情况以便了解某些重要特性。

喷管中的定常流动是工程应用中最有意义的问题之一。对于远离饱和蒸汽线的液汽混合物的解，应该通过基本方程组的数值积分求出。文献中还未看到此类计算结果。现有的结果是沸腾热力学中给出的（基于完全的能量平衡）和Chiarulli, Dressler的液体及其蒸汽混合物的简单模型的结果。Chiarulli等研究了管中流动的蒸汽冷凝成液相的条件。采用守恒律研究流体流动的初始和最终状态。他们采取的简单模型是液体和蒸汽在入口处分别以不同匀速流入，在出口处以混合物流出。

如果对表面摩擦力和传热问题感兴趣，必需考虑粘性和热传导效应。高速空气动力学中的边界层理论可予以推广。高速水动力学边界层方程同气体的相应方程相同。只是液体及其蒸汽的热力学特性同气体的相应特性不同而已。因此可以用气体动力学中的相同方法去解决超高速水动力学中的边界层问题。

当液体速度和温度很低时，液体可以当作不可压缩流体，其粘性系数假定为常数。不可压缩流体的标准边界层理论可用于此类问题。当液体的速度和温度提高，起先压缩性效应还可忽略，但是应该考虑液体粘性随温度的变化。这一点引起液体边界层和气体边界层的第一个重要差别。对于液体，粘性系数随温度升高而降低；但是对于气体，粘性系数随温度升高而升高。因此，对于液体，表面摩擦力将随速度或温度升高而降低；而对于气体，结果正好相反。液体和气体的边界层第二个重要不同点是普朗特数 $Pr$ 的差别引起的。普朗特数为

$$Pr = \frac{C_p \mu}{k}$$

此处 $C_p$ 是定压比热， $\mu$ 是粘性系数， $k$ 是热传导系数。对于气体， $Pr$ 数基本上是常数，而对于液体， $Pr$ 数随温度变化。因为对于液体和气体可以采用同样的基本边界层方程，边界层理论许多熟知的结果可用于超高速水动力学。例如，处于速度 $U_\infty$ ，温度 $T_\infty$ 的均匀流动中的半无限平板，壁温 $T_w$ 可用以下公式给出：

$$T_w = T_\infty \left( 1 + r \frac{U_\infty^2}{2cT_\infty} \right)$$

式中 $r$ 为恢复系数，它是普朗特数的函数， $c$ 为液体比热。

确定物体上边界层流动时，假如轴向压力分布已知。压力分布 $p(x)$ 可以根据实验测量，或者通过无粘性流动理论计算出来。这里液体流动和气体流动有另外一个重要不同点。对于高速液体流动，将出现气团中不会发生的空泡流动。空泡将大大影响物体上的

压力分布。

在非常高的速度下，在液体中运动的物体表面的液体温度很高，液体开始蒸发。如果液体中有一些气体，首先会产生气泡。另一方面，如果物体表面温度达到给定压力下液体的饱和温度 $T_s(p)$ ，物面附近的液体变成液汽混合物，甚至完全变成蒸汽。可以定义一个蒸发流速：当流速等于其临界速度 $U_\infty = U_c$ 时，壁面温度 $T_w$ 等于饱和温度 $T_s(p)$ 。当流速高于此临界速度 $U_c$ 时，物体附近流体处于液汽混合物或完全蒸汽状态。此临界速度 $U_c$ 表示阈值，超过此值，摩擦力显著降低。既然饱和温度 $T_s(p)$ 是压力 $p$ 的函数，临界蒸发速度也是压力的函数。Van Driest 计算了各种不同速度，不同壁温和海水深度处，平板的湍流摩擦阻。当水深 7500 英尺，速度 $U_\infty$ 为 3400 节（ $M$ 数约 1.22）时，临界温度为 705°F。速度超过 3400 节时，平板摩擦阻降低得更快得多。计算临界速度以表明在如此高的速度下摩擦阻的实际降低速率是有意义的。既然饱和温度取决于压力，蒸发速度不仅取决于海水深度，而且取决于物体外形。至于温度和压力对蒸发现象的综合效应现在还没有研究过。

超高速水动力学是一个新领域，迄今还未进行过广泛研究，特别是，还没有从基本方程求出理论解。为了解决各有关问题，必须进行广泛的理论和实验研究。以下列举几个比较有意义的研究课题和某些可能的理论结果。

#### (1) 小振幅波动

为了弄清超高速水动力学的许多重要特性，应该深入研究其线性化基本方程，以此了解普通声波和蒸发波的一般特性。根据化学反应介质气体动力学知识，平衡流和冻结流有不同的声速。在液汽混合区超高速水动力学也有类似情况。这两种声速之间的关系将给超高速水动力学流场带来新特点。这是应加以研究的。

#### (2) 水中激波

水中激波，特别是水下爆炸形成的激波，二次大战期间已进行过广泛研究。Cole (1948) 总结了这些研究的主要结果。不过，比那时的了解，激波方面的知识现在已经大大丰富起来了。

我们可以用好得多的方式去研究包括激波在内的流场，特别是波后有化学反应的非等熵流动，即所谓色散激波。研究时应该考虑蒸发和冷凝效应。

#### (3) 一维喷管流动

现在还没有在基本方程基础上，求得超高速水动

力学一维喷管流动详细流场的普遍解，包括考虑有限干燥比和广泛的温度范围。此种分析应依赖数值计算来进行。

#### (4) 无粘性流动解

无粘性解有两方面的重要意义：（一）给出在水中运动的物体上的压力分布，这对水中舰艇是重要的；（二）在研究边界层方程以确定表面摩擦力和传热之前，需要知道物体表面的压力分布。不过超高速水动力学的无粘性解还未进行研究，特别当流场部分是液体，部分是气体或蒸汽，部分是液汽混合物的情况。高速水动力学中高亚声速，超声速和跨声速流场也是理论研究很有意义的课题。

#### (5) 壁温在临界温度 $T_c$ 以上的

##### 边界层流动

前面讨论过临界温度 $T_c$  (705°F) 以下水的边界层流动的数值结果。但是最有意思的情况是临界温度以上的流动，其中物体或平板附近的流体是气态。远离物体的流体是液态，两者中间是液汽混合区。可以预料，表面摩擦阻将随来流速度 $U_\infty$ 急剧下降。要了解下降多少，则须解边界层方程。在此情况下雷诺相似是否可用不能肯定。确定各种条件下的详细流型是很有意思的。首先应将 Van Driest 结果推广到临界温度之上来研究平板上的此种边界层问题，然后研究带压力梯度的任意物体的边界层流动。假如要研究后一问题，必须首先求相应的无粘性解，因为最近的将来用实验确定压力梯度是不现实的。

#### (6) 水下射流和尾流

如果水中舰艇或导弹速度达到较高的数值，现在所用的推进器效率就很低，恐怕需要应用喷气发动机或火箭发动机。这些发动机向水中的排气问题将是高速水动力学有意义的课题。这是包括蒸发和冷凝效应的射流混合问题。高速舰艇的尾流则是高速水动力学另一有趣课题。

#### (7) 非平衡流动

以上所列六个问题，既可作平衡流（或冻结流）处理，也可作非平衡流处理。首先应研究前者，假定其中液体和蒸汽的速度和温度相等。对此有充分认识以后，进而研究非平衡流，其中液体的温度和速度可能同流场中给定点上的蒸汽的相应值不相等。

（晏名文根据 Pai Shih-I (柏实义), Two-Phase Flow (1977) 一书编译)