

前 言

无产阶级文化大革命以来，我所十二室全体同志在毛主席革命路线指引下，以阶级斗争为纲，坚持党的基本路线和科研为无产阶级政治服务，为工农兵服务，与生产劳动相结合的方针。走出去，请进来，与工农兵共同战斗，实行社会主义大协作，走开门办科研的道路，结合工业生产和国防建设的需要，开展科学实验运动，取得了不少成果。其中部分成果已经发表，这里收集的是过去未发表的部分成果，还有一部分成果由于篇幅的限制，尚未收集进来。本文集的出版是对科技界右倾翻案风种种奇谈怪论的有力回击。

文集包括五部分内容：板壳稳定性；弹性结构的振动及其减振；断裂力学；有限元法在固体力学中的应用以及测量技术等。

在板壳稳定性方面有七篇文章。《夹层曲板侧压大挠度精确解》一文，把承受侧压的四边简支夹层曲板大挠度方程转化为非线性常微分方程，再用欧拉折线法，找出其精确解，进而求得分枝屈曲与极值屈曲的临界载荷。《环向离散加筋圆柱曲板的侧压弹性稳定性》，《考虑筋条扭转刚度环向离散加筋圆柱曲板侧压稳定性》，《屈曲前变形对加筋圆柱曲板侧压稳定性的影响》和《环加筋圆柱曲板侧压稳定性实验》这四篇文章与力学情报1974年第二期上的《加筋圆柱曲板的侧压稳定性》一文，都是为了解决飞机上常用的加筋圆柱曲板侧压屈曲强度问题的研究工作。《加筋圆柱曲板侧压稳定性》一文是把加筋结构简化成各向异性曲板来处理，给出了简便的计算方法。《环向离散加筋圆柱曲板的侧压弹性稳定性》和《考虑筋条扭转刚度环向离散加筋圆柱曲板侧压稳定性》二文，考虑了筋条的离散性和抗扭刚度的影响，找到了各向异性模型处理方法的适用范围，当局部屈曲临界载荷高于总体屈曲临界载荷时，各向异性模型的计算方法可以给出可靠的结果。但当局部屈曲临界载荷低于总体屈曲临界载荷时，各向异性处理方法，会给出偏高的计算值。以上三篇文章均假设圆柱曲板在侧压作用下屈曲前为薄膜应力状态。《屈曲前变形对加筋圆柱曲板侧压稳定性影响》一文，用线性一致理论，即用线性有矩理论求出屈曲前的弯曲变形，考虑此变形对屈曲载荷的影响。计算结果表明：在曲板曲率较大时，线性一致理论的分析结果与忽略屈曲前变形的薄膜假设的结果相符合。《环向加筋圆柱曲板侧压稳定实验》一文，是用来验证有关理论分析的结果。实

验表明：计算值与实验值在一定范围内符合良好。还介绍了实验方法以及测量、记录和加载装置。

《环筋圆柱壳在静水压力作用下整体弹性屈曲》一文，采用弗留格 (Flügge) 理论，导出了弹性整体失稳方程，同时导出扁薄壳和薄壳等简化时弹性整体失稳临界载荷公式，并给出了较简洁的整体失稳临界载荷计算公式。《环向加筋圆柱壳在静水压力下的总体塑性屈曲》是用塑性形变理论导出了总体塑性屈曲方程，并提出了工程上初步设计使用的简化计算公式。

弹性结构的振动及其减振方面包括五篇文章。前面两篇是计算水压下加筋圆柱壳的固有频率。第一篇是用离散法计算。第二篇把加筋圆柱壳简化成各向异性处理。两种方法计算结果符合较好，所得结论也是一致的。《悬臂平行四边形斜加筋板固有频率的计算和实验》一文把斜加筋板当作各向异性板处理。采用梁函数的方法计算了固有频率，并作了相应的试验。结果表明：在低频率时计算值与试验值符合较好。《粘弹性夹心梁之阻尼测定》是研究约束阻尼带抑制结构剧烈振动的效果，用三种方法测定各种不同粘弹性阻尼夹心自由梁和悬臂梁的各阶共振频率的损耗因子，所得结果基本相同。《轧钢厂大型电机的振动测量及其减振措施》是应用动力吸振器来减小电机乳壳的振动。

断裂力学方面有三篇研究报告。《汽轮机高中压转子的缺陷分析和安全性评价》是对姚孟电厂30万千瓦汽轮机转子的缺陷分析和安全评价，提出了解决转子损伤容限的工程方法，应用线弹性断裂力学的已有知识，测定了材料的断裂韧性及裂纹扩展速率，提出了转子缺陷的应力强度因子计算的简化模型和带缺陷转子的安全性评价。《I积分和弹塑性断裂准则》一文提出了一个与路径无关的新积分，这个积分命名为I积分。它可作为裂纹顶端弹塑性场的平均度量，并证明I积分等于裂纹扩张力，故可以作为弹塑性断裂准则。《焊接球形贮罐的表面裂纹的断裂力学分析》是从工程实用观点，经过一定的修正和近似，用K准则，COD准则与J积分准则来分析球罐表面裂纹，计算结果表明：这三种方法都可作为估算焊接球罐的容许表面裂纹尺寸的似方法。

轴对称弹性体有限元法是把三维问题化为二维问题，在平面上形成三角形网格的圆环体单元，由计算

机自动形成这些单元和结点的坐标。并计算了旋转圆盘的应力和均匀内压作用下无限长厚壁圆筒的应力，并与其精确解作了比较，两者符合得很好。

测量技术方面有两篇文章，是介绍位移传感器的研制。电阻式位移传感器的特点是量程大，原理结构简单，配套使用方便。而应变式位移传感器的特点是分辨能力较高，线性较好，原理结构简单，制造配套

使用方便，特别是使位移测量实现了自动化。

由于我们学习马列主义、毛泽东思想很不够，工作经验不多，知识水平有限，在各篇报告中难免有缺点或错误，欢迎读者提出意见和批评，以便改进今后的工作。

十二室文集编辑小组

1976年3月

夹层曲板侧压大挠度精确解

力学所十二室板壳组

一、引言

夹层结构在航空工业中得到广泛使用。这种结构在各种载荷下的稳定问题是飞机设计中经常碰到的问题。关于夹层圆柱曲板在轴压剪切作用下的稳定性分析已有很多文献发表。但是有关夹层圆柱曲板在侧压（即横向载荷）作用下的稳定性分析却缺乏研究。这可能是非线性计算存在着巨大困难所致。

在线性理论范围内，忽略失稳前的弯曲变形，可以求得相当简单的屈曲载荷计算公式。这个公式实质上是承受外压的夹层圆柱壳屈曲载荷计算公式的推广。这样的推广对直边中面法向位移受到限制的、曲率较大的曲板是合适的。但是在飞机设计中通常碰到曲板较为扁平、边界中面支撑较弱的情况，在失稳之前就有很大变形，因此必须进行大挠度分析才有得出较为准确结论的可能。

本文采用文献〔1〕、〔2〕提出的夹层圆柱曲板的大挠度方程。这是一组非线性偏微分方程，直接求解将会碰到巨大的困难。为此，引入一个新的自变量 ϵ 。通过适当的运算，把原先的非线性偏微分方程组化归为非线性常微分方程组。然后应用常微分方程理论中的欧拉折线法精确求解之。这个方法适用于四边经典简支的矩形底夹层圆柱曲板的大挠度分析。通过这个分析求得了在侧压作用下的夹层圆柱曲板的分枝屈曲载荷和极值屈曲载荷。

二、符号

C 夹层曲板整体抗剪刚度

$$C = \frac{2 \cdot G_c (\bar{h})^2}{h}$$

D 夹层曲板整体抗弯刚度

$$D = 2 E_f \cdot t (h^*)^2$$

D_f 表板抗弯刚度

$$D_f = \frac{E_f \cdot t^3}{12 (1 - \nu^2)}$$

E_f 表板弹性模量

G_c 夹心剪切模量

$2h$ 夹心厚度

R 曲板的曲率半径

l 曲板的长度

b 曲板的宽度

ν 表板与夹心的泊桑系数

$$\bar{h} = \left(h + \frac{t}{2} \right), \quad h^* = \bar{h} / \sqrt{1 - \nu^2}$$

t 表板厚度

q^* 作用在曲板上的侧压

w^*, ϕ^* 曲板的法向挠度与应力函数

无量纲参数：

$$K_1 = \frac{\pi^2 D}{b^2 C}$$

$$K_2 = \frac{b^4}{\pi^4 R^2 (h^*)^2}$$

$$K_3 = \frac{2D_f}{D} = \frac{1}{12} \left(\frac{t}{h} \right)^2$$