

# 东方红炼油厂预热器振动与消振

中国科学院北京力学研究所十二室振动组

## (一) 说明:

东炼热电厂为了提高预热锅炉的热效率,以满足全厂用气的需要,试图加大原设计的烟气的风量,结果当风量增加到 70 吨/小时,在预热器中产生了强烈的振动和噪音,经现场实测噪音总声强达到 128db,主要成分频率为 128HZ 左右。

经分析,认为这主要是由于卡门旋涡的频率刚好与预热器空腔(4,0)“模式”的截止频率相一致,该“模式”的波沿波导没有能量输出,从而引起了破烈的共振现象。

为了减少噪音和振动,过去都采取在预热器的管箱中适当的加隔板的方法来提高管箱的截止频率,避免共振。这种方法是过去处理预热器中出现这类同样类型振动行之有效的办法。为了加隔板务必抽掉在加隔板处的管子。从工艺上说是比较麻烦的,从热效率上说,抽掉管子从而减小了预热的冷风量,这也是不合算的。

根据东炼具体情况,经与厂方工人技术人员共同研究采用了不同于过去的消振方案。

方案为:

在预热器的管箱墙壁之一采用异形型的壁面和吸音性能较好的玻璃棉的组合结构,详见下(图1):

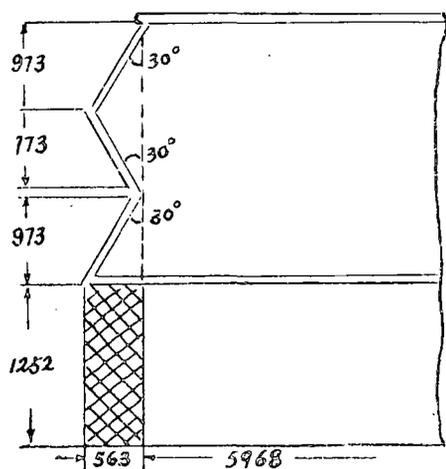


图 1

试车运行,结果效果很好,实测结果为:

烟气风量  $Q = 70 \rightarrow 90$  吨/小时,振动和噪音大大减少。

总声强为 84db,过去主要成分频率的 128HZ 的振动已经消失。

根据组合结构的尺寸,斜板的高度约为吸音棉的高度的 3 倍左右。可以肯定斜板对消振起了显著的效果。

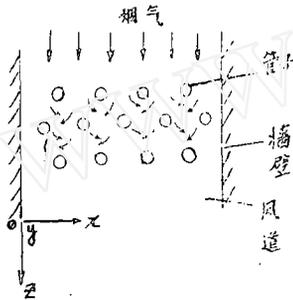
小结对预热器激烈振动的原因,应用声波导理论 [1],对斜板以及各种形势的壁面的消振作用作了粗浅的分析。严格的分析是很困难的,尤其是变截面波导中

的波动解难以得到。因此我们只作了一些定性的解释。列出了建筑上扩散体设计的有关参数的关系作参考。

由于水平低，难免有错误的地方。请指正。

(二) 振动的原因:

(1) 卡门涡旋列的激发声源 — 预热器中烟气流动的方向沿 Z 轴，流速为 V，如左 (图 2) 所示。在每个管子的后面形成交替的气流脉动已为前人工作所证实。脉动的卡门涡旋频率为： $f_k = S_t \frac{V}{d}$  (1)



$S_t$  — 斯德罗哈数  
 $V$  — 烟气流速  
 $d$  — 管径

每个管子后涡旋尺寸与声波长入相比是非常小的，因此可以把每个涡旋称之为单源。无数多的管子组成一个分布的激发源，用势函数  $\phi_i(x, y, z, t)$  来描述激发源形成的波，因卡门涡旋激发频率为  $f_k (= \frac{\omega_k}{2\pi})$

图 2

所以  $\phi_i(x, y, z, t) = \phi_i(x, y, z) e^{i\omega_k t}$  (2)

为了简单，我们可以假设在矩形预热器风道中，激发源发出的是一个平面波系 (它为许多平面波的组合)，所以  $\phi_i$  可以写为:

$$\begin{aligned} \phi_i &= \sum_j \phi_{ij}(x, y, z) e^{i\omega_k t} \\ &= \sum_j D_{ij} \exp \left\{ \pm i \frac{2\pi}{\lambda} (l_{ij}x + m_{ij}y + n_{ij}z \pm c_d t) \right\} \end{aligned} \quad (2a)$$

如激发源为单一平面波:

$$\phi_i = D_i \exp \left\{ \pm i \frac{2\pi}{\lambda} (l_i x + m_i y + n_i z \pm c_d t) \right\} \quad (2b)$$

$j$  — 表示  $j$  个平面波  $i$  — 表示入射波  
 $l, m, n$ , 表示波线与座标轴  $x, y, z$  的方向余弦  
 $\lambda$  — 声波长 ( $\lambda = \frac{2\pi c_d}{\omega}$ )

$C_d$  — 声速  $D_{ij}$  — 表示第  $j$  个平面入射波的振幅

由有管箱中所有管轴向尺寸相同，管子沿轴向直径无变化，因此可假设势函数  $\phi_i$  不随管子轴向座标  $y$  变化，故  $\phi_i$  为

$$\phi_i = \sum_j D_{ij} \exp \left\{ \pm i \frac{2\pi}{\lambda} (l_{ij}x + n_{ij}z \pm c_d t) \right\} \quad (3a)$$

如激发源为单一平面波

$$\phi_i = D_i \exp \left[ \pm i \frac{2\pi}{\lambda} (l_i x + n_i z \pm c_d t) \right] \quad (3b)$$

(2)、(3)式表示了激发源的形式

由于管子周长  $\pi d \ll$  声波长  $\lambda$  [2], 因此声波能绕过管子散射, 各列管子不影响激发产生的平面波传播的方向。也就是说波的传播不受前列管子的障碍, 而沿原来的方向继续前进。

(2) 矩形波导中可以传播和不能传播的“模式”——把预热器的风道可视为矩形的波导。由波动方程 (4) 或者直接代入入射波  $\phi_i$  与墙壁的反射波  $\phi_r$  的合成, 可以得到波动解  $\phi (= \phi_i + \phi_r)$

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{c_d^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (4)$$

$\phi_i$  为 (2) 式的形式: 得到

$$\phi = A \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (k_x x) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (k_y y) \exp(-ik_0 z) \exp(i\omega_k t) \quad (5a)$$

$$\text{其中 } K_0^2 = \left( \frac{\omega k}{c_d} \right)^2 - K_x^2 - K_y^2 \quad (5b)$$

$\phi_r$  为 (3) 式的形式: 得到

$$\phi = A \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (k_x x) \exp(-ik_0 z) \exp(i\omega_k t) \quad (6a)$$

$$\text{其中 } K_0^2 = \left( \frac{\omega k}{c_d} \right)^2 - K_x^2 \quad (6b)$$

或者形式:

$$\phi = A \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} \left( \frac{\omega k}{c_d} X \cos \alpha_d \right) \exp \left( -i \frac{\omega k}{c_d} Z \sin \alpha_d \right) \exp(i\omega_k t) \quad (7)$$

对比 (6) 式和 (7) 式, 有

$$K_0 = \frac{\omega k}{c_d} \sin \alpha_d, \quad K_x = \frac{\omega k}{c_d} \cos \alpha_d \quad (8)$$

(5)、(6)式表示沿 Z 轴方向的波动。

由附录 (1) 可知,  $k_x, k_y$  是由边界条件决定。它决定了波导中可能存在的波的形式 (以后把波的形式称之“模式”)。然而并非所有这些形式的波都能沿波导传播。这就要看激发频率  $f_k (= \frac{\omega k}{2\pi})$  的大小。

每种“模式”的波都有它对应的截止频率  $f_{(m, n)}$ 。根据附录 (1) 公式 (1-9) 来求截止频率。

$m$  —— 表示沿 x 轴的半波数

$n$  — 表示沿  $y$  轴的半波数

如激发势  $\phi_i$  与  $y$  无关 (为形式 (3)), 因此合成势场  $\phi$  的各种“模式”也只能为  $(m, 0)$  类型的。对应的截止频率为  $f_{(m, 0)}$ 。下面我们就作重讨论  $f_k$  和  $f_{(m, 0)}$  的关系。

由附录 (1) (1-10) 式得到  $f_{(m, 0)} = \frac{m}{4b} C_d$ ,  $k_x = \frac{m\pi}{2b}$ , 当激发频率  $f_k = f_{(m, 0)}$  时, 把  $f_k$  及  $k_x$  代入 (6b) 得到  $k_0 = 0$ 。又由 (8) 式以及附录 (1) 中的 (1-4) 式得到  $\alpha_d = 0$  ( $\alpha_d$  为合成该“模式”的平面波  $\phi_i$ ,  $\phi_r$  与波导壁法线的夹角);  $C_g = 0$ ; (群速);  $C_0 = \infty$  (相速)。由于平面波  $\phi_i$ ,  $\phi_r$  与波导  $Z$  方向是正交的。沿波导方向没有波的传播。群速  $C_g$  大小表示了能量输送的大小。因此激发的能量没有沿波道方向的输出。只是在  $X$  轴向的两个边界壁上来回反射。

当频率  $f_k > f_{(m, 0)}$  时,  $k_0$  为实数,  $\alpha_d > 0$ ;  $C_g > 0$ , 因此该“模式”沿波导  $Z$  方向不断有能量输出。

当频率  $f_k < f_{(m, 0)}$  时, 由附录 (1) 中的 (1-6) 式得到  $k_0 =$  负虚数, 令  $k_0 = -i\beta$ ,  $\beta$  — 为实数

所以波动解  $\phi$  表达式中有  $\exp(-\beta z)$  项, 显然  $\phi$  是沿  $Z$  方向很快衰减。从另外一个角度来看。因为  $k_0 = \frac{\omega k}{C_d} \sin\alpha$ ,  $k_0$  为负虚数, 显然  $\sin\alpha$  没有意义。因此从物理意义上说, 合成该“模式”的平面波是不存在的。

由上分析, 我们可得到结论: 单一频率的激发, 在波导中激发的“模式”, 只可能有那些截止频率低于和等于激发频率的对应“模式”存在。

### (3) 激烈振动原因

针对东炼预热器壁面之间的尺寸  $L_x (= 2b) = 600\text{cm}$ ,  $L_y (= 2d) = 200\text{cm}$ , 以及激发频率  $f_k = 128\text{HZ}$ , (由附录(I)) (4, 0) “模式”的  $f_{(4, 0)}$  与  $f_k$  接近。显然对于小于  $f_{(4, 0)}$  “模式”的波, 如 (3, 0), (2, 0), (1, 0), (0, 0) “模式”沿波导  $Z$  方向有波动, 合成这些“模式”的激发平面波的能量由于沿波导不断被输送, 因此能量不会不断积累而放大。

而合成 (4, 0) “模式”的平面波, 它沿波导方向没有能量输出。由于它可以看作沿  $X$  轴向的一维波, 在激发源不断存在的情况下, 考虑它的强迫振动, 用附录 (I) 的分析法, 可以容易得到强迫振动解的形式。由于激发频率  $f_k$  等于  $f_{(4, 0)}$  因此产生了共振现象。这就是东炼预热器中产生 (4, 0) “模式”激烈振动的原因所在。

### (三) 墙壁的形状对消振的作用

前面的分析已经告诉我们, 对于墙壁为等距形截面型的预热器, 在东炼管箱尺寸下, 卡门涡旋的激发频率为  $128\text{HZ}$ , 刚好引起 (4, 0) “模式”的共振。并且也知道合成 (4, 0) “模式”的平面波是与墙壁正交的 (即  $\alpha = 0$ )。由于平面波于墙壁正交, 激发的平面波在管箱的两墙壁之间来往反射, 能量沿波导不输出, 因此能量不断积累。如果把预热器法向为  $X$  方向的两墙壁改为斜板或其它形状, 显然原来和直墙壁正交的平面波, 在斜板或其它形状下, 已再不正交。

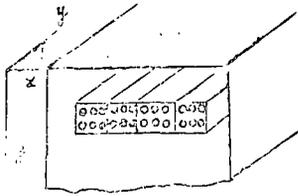


图 3

整个波阵面，因此不要考虑波的衍射和散射。斜板则作全反射。反射的方向由  $\alpha$  决定（考虑  $\phi$ ：是正入射方向来的）

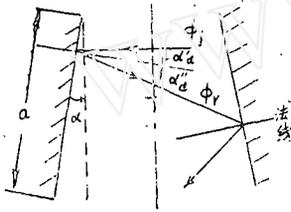


图 4

用波方程来推导变截面形状波导的波动解是比较麻烦和困难，然后我们根据波在边界的反射原理可以明显的知道斜板和其它形状墙壁的作用。

### (1) 斜墙壁的效果 —

如果斜墙壁在高度方向的尺寸  $a \gg \lambda$  卡门激发的声波长  $\lambda$  (图4) 墙壁能挡住入射来的整个波阵面，因此不要考虑波的衍射和散射。斜板则作全反射。反射的方向由  $\alpha$  决定  $\alpha$  是斜墙壁与直墙壁之间夹角。如果墙壁为刚性，那么入射波的能量全部变成了反射波能量。由反射原理还知道  $\alpha_d' = \alpha_d''$

由波在波导中传播的方向可以知道，激发能量不能在固定的壁板之间来往反射，而不断的输出，因此斜板的消振作用是明显的。

在建筑工程上，也就是根据这简单的反射道理来考虑墙壁的倾斜方向，以达到房间声强分布的预计效果。如要斜板起到明显的效果，

有人认为倾斜角  $\alpha > 10^\circ$ 。

要把预热器墙壁的整个一面都改为斜的，在设计上是不实现的。斜板尺寸  $a$  的大小的选取应满足  $a \geq \lambda$

因为只有在这个前提下，斜板边长  $a$  发射的波（反射波）才有一定的指向性。这是与活塞声源场中的指向性效应是一样的道理。

根据东炼预热器激发声源的波长  $\lambda = \frac{c}{f}$ ，取  $C = 380$  米/秒， $f = 128\text{HZ}$  故  $\lambda = 3$  米 所以斜板的有关尺寸应为（图5）：

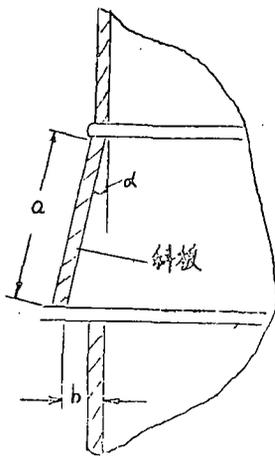


图 5

倾斜角  $\alpha \geq 10^\circ$

边长  $a = \lambda = 3$  米

突出的尺寸  $b = a \sin 10^\circ = 0.5208\text{M}$

单块斜板反射的声波指向一定方向，如果在该斜板的对称方向上，有另一平板（与其平行），这种情况在复杂的工程结构中是可能出现的。这时两平行板之间会出现我们没有料到的共振。所以在加斜板时一定要避免结构中有与其对称的平行板。

### (2) 屏风型与凸圆柱型墙壁的效果

如果预热器墙壁之一采用建筑声学中的扩散体形状，对减小噪音和振动同样也是有效的。扩散体主要是用在礼堂、会议厅等后壁上，使后墙壁反射回来的声音散射开来，不使回声与入射声的传播方向正好相反。从而不会出

现某阶“模式”的反应很突出，能量很集中，影响房间的音响效果。

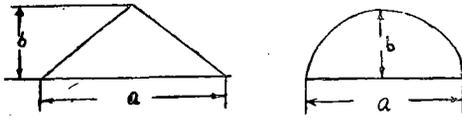


图 6

扩散体的型式很多，目前建筑上广泛使用的是屏风型和凸圆柱型（如图（6）所示）

主要因为这两种类型在建筑施工上比较容易，又有比较好的扩散效果。

声波遇到扩散体有三种反射情况：

(A) 声波长  $\gg$  扩散体尺寸时，扩散体不起作用，也就是说，如果扩散体尺寸与声波长相比是非常小时，就象没有扩散体存在一样，这可以以图（7）来表示

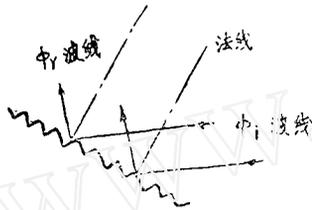


图 7

(B) 声波长  $\ll$  扩散体尺寸时，扩散体则作全反射，反射的方向决定扩散体的形状。如图（8）所示

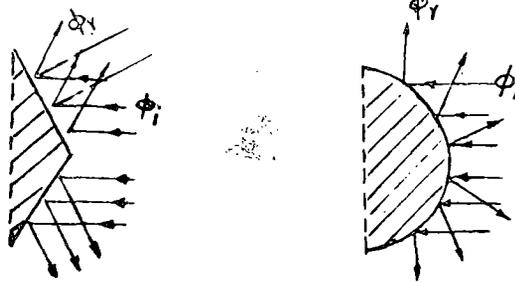


图 8

(C) 声波长 = 扩散体的尺寸或者两者差不多时则产生乱反射见（图 9），即反射的方向与扩散体表面的形状无关（这与活塞声源稍有不同，活塞声源的反射面是一个平面，当活塞的半径  $a = \lambda$  时，活塞辐射出的能量开始有指向性，能量集中在活塞的轴线方向）。

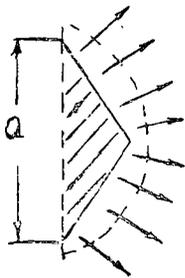


图 9



图 10

根据上述，扩散体的尺寸大小不同，其反射的效果是不同的。扩散体的尺寸原则上应满足（2）、（3）点的要求。

由 1/10 尺寸的模型实验结果 [3]。屏风型和凸圆柱型扩散体的尺寸要满足下列要求： [3]

$$K \cdot a \geq 4, \quad b/a \geq 0.15$$

$$K = \omega / C$$

式中  $\omega = 2\pi f$

a, b 为扩散体尺寸

f — 为周波数

C — 音速

这两种形式相比较, 凸圆柱型更佳, 因为对声波长很小 (即频率很高) 的激发, 屏风型的每一个面就作为一个全反射面, 正入射的平面波 (如下图 (11) 所示) 被分成两股平行的反射, 这就可能出现前面斜板时需要考虑的问题 —— 避免有与屏风的一面有平行的结构平面。

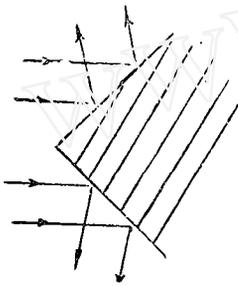


图11

凸圆柱型就没有这个问题, 即使是高频声波遇到它后, 反射波的方向也是发散的。

东炼预热器墙壁采用屏风型的设计, 尺寸是满足上述经验公式的要求。

$$\begin{aligned} \text{由公式} \quad & K \cdot a \geq 4, \quad b/a \geq 0.15 \\ \text{当} \quad & f_k = 128\text{HZ} \end{aligned}$$

要求:  $\left. \begin{array}{l} a \geq 1.89 \text{ M} \\ b \geq 0.284 \text{ M} \end{array} \right\}$  才行。

目前东炼的屏风壁尺寸为:

$$a = 0.973 \times 2 = 1.946 \text{ (M)}$$

$$b = 0.973 \tan 30^\circ = 0.563 \text{ (M)}$$

∴ 满足要求, 因此有着显著效果。

#### (四) 几点想法:

(1) 用声音在波导中的传播的机理不但可以理解烟气在管箱中引起激烈振动的原因。並且还可以解释这类振动的许多物理现象, 下面回答两个问题:

A、为什么某阶“模式”的强迫振动只局限在管箱所在的一段距离内? (哈锅预热器试验中发现这个问题)

这是因为当激发效率一旦等于管箱某阶“模式”的截止频率时, 则该阶“模式”的群速  $C_g = 0$ , 即该阶“模式”的波沿波导没有传播, 只局限在激发所在的管箱中。

由此可知, 如在连接各个管箱的连通罩中采用消振措施 (如加隔板等) 效果是不佳的。

B、若烟气的流量为  $Q$  时, 开始激起某阶“模式” (m, n) 的强烈振动。为什么流量继续增加,  $f_k$  (激发频率) 已经变化了, 而管箱中的“模式”却没有改变, 只有等到  $Q$  增加到某个值时, 管箱中的“模式”才有改变呢?

这可以从附录 (1) 公式 (1-6) (1-7) 来解释这现象。

由  $C_g$ ,  $C_p$  和激发效率  $\omega_k$  的关系, 可作出曲线, 为了简单起见, 只给出 (m, 0)

“模式”的一系列曲线如图 (12)

由曲线可知:

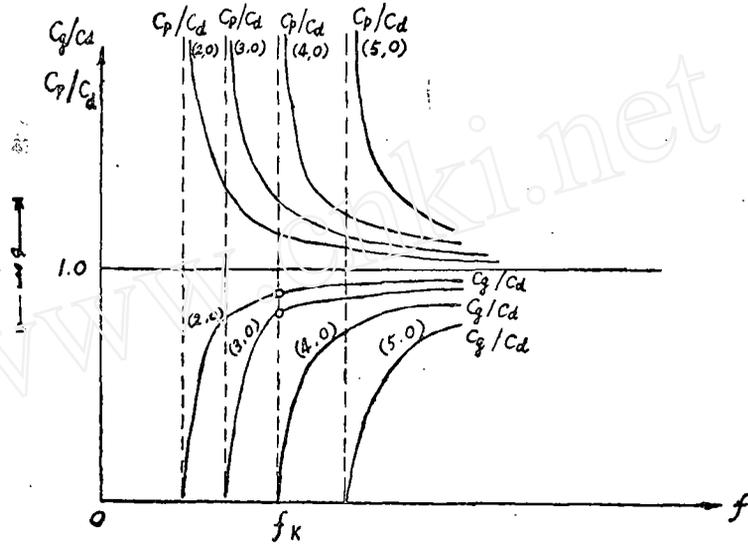


图 12

当激发频率  $f_k = f(4,0)$  时,  $C_g(4,0) = 0$ ,  $C_p = \infty$

而这时  $C_g(0,0) > C_g(1,0) > C_g(2,0) > C_g(3,0) > C_g(4,0)$  由于 (4,0) “模式” 能量沿波导输出最少 (没有输出)。因此管箱中主要是由 (4,0) “模式” 所控制。

当风量  $Q$  增加,  $f_k$  变, 只要  $f_k$  还未增加到  $f(5,0)$  的值。波导中不可能有 (5,0) “模式” 的存在。这时波导中群速最小者一定还是  $C_g(4,0)$  因此振动主要还是由 (4,0) “模式” 所控制。只有当  $f_k = f(5,0)$  时 (激发如果会有 (5,0) “模式” 的分量的话), 管箱振动 “模式” 才跳到 (5,0) 阶。所以随着烟气风量的增加管箱中出现的 “模式” 是跳跃式的。

(2) 预热器墙壁的结构最好能避免对称型式, 因为对称性结构容易形成声波在两对称墙壁之间的来回反射, 而导致激发能量不能输出。

如果墙壁的尺寸很大, 它大大超过声波长的尺寸, 并能挡住入射的波阵面, 那么墙壁产生全反射 (这里说的全反射, 指的是不考虑绕射和散射效应)。

如果不是这样, 反射现象则应按第 3 节中叙述的扩散体和声波长入关系的三种情况来考虑。由这三种反射现象我们知道, 如果声波长入很长, 扩散体的尺寸务必要设计非常之大, 因此对于消除低频激发的振动, 用斜板或者各种类型的扩散体作壁面, 是不现实的。因为这样必然会大大加大预热器空间的尺寸。所以对于低频激发, 还是用加隔板的消振方法为好。

(3) 为了搜索斜板和各种类型扩散体作壁面的效果, 以及声波长入与扩散体尺寸的关系, 建议在预热器锅炉设计和生产单位, 进行有关的试验, 以便得到对锅炉设计有指导意义的经验数据。

## 附 录 (1)

矩形波导中波的形式:

(1) 三维矩形波导的波动解 ——

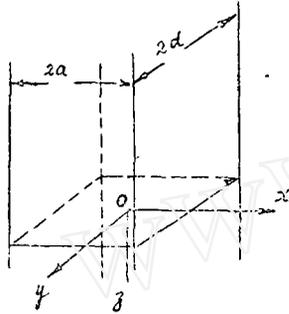


图13

用势函数  $\phi(x, y, z, t)$  表示波导中流体的平面波,

定义  $\frac{\partial \phi}{\partial x} = u, \frac{\partial \phi}{\partial y} = v, \frac{\partial \phi}{\partial z} = w$ , 满足波动

$$\text{方程 } \nabla^2 \phi = \frac{1}{C_d^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} \quad (1-1)$$

对于矩形波导, 选用直角坐标系, 坐标系如图所示, 利用分离变量法

$\phi(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)e^{i\omega t}$   
矩形波导的波动解

$$\phi = A \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (K_x X) \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (K_y Y) \exp(-ik_z z) \exp(i\omega t) \quad (1-2)$$

$$\text{式中 } \left(\frac{\omega}{C_d}\right)^2 = K_x^2 + K_y^2 + K_z^2$$

$K_x, K_y$  由边界条件决定, 如果波导壁是刚性的, 则垂直于壁表面速度为 0。

$$\text{即 } \dot{u}/x = \pm b = 0, \quad \dot{v}/y \pm d = 0 \quad \left( \dot{u} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial t}, \quad \dot{v} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y \partial t} \right)$$

则  $K_x, K_y$  必须满足下列条件:

对于在 X 方向 ——

对称的“模式”即  $\phi \propto \cos(K_x X), \sin K_x b = 0$

$$K_x = \frac{m\pi}{2b}, \quad m \text{ 为 } 0, 2, 4, \dots$$

不对称的“模式”即  $\phi \propto \sin(K_x X), \cos K_x b = 0$

$$K_x = \frac{m\pi}{2b}, \quad m \text{ 为 } 1, 3, 5, \dots$$

对于在 y 方向 ——

对称的“模式”即  $\phi \propto \cos(K_y Y), \sin K_y d = 0$

$$\text{故 } K_y = \frac{n\pi}{2d}, \quad n \text{ 为 } 0, 2, 4, \dots$$

不对称的“模式”即  $\phi \propto \sin(K_y Y), \cos K_y d = 0$

$$\text{故 } K_y = \frac{n\pi}{2d}, \quad n \text{ 为 } 1, 3, 5, \dots$$

对于一组 (m, n) 描述一个传播的“模式”，它是由 X 方向“模式”为 m，Y 方向“模式”为 n 的组合。

(它们可以是一为对称，一为不对称，或者两个为对称、或者两个都不对称的所有组合)。

(2) 二维矩形波形波导的波动解 —

用势函数  $\phi(x, z, t)$  表示波导中的平面波

$$\text{同样有 } \frac{\partial \phi}{\partial x} = u, \quad \frac{\partial \phi}{\partial z} = w, \quad \frac{\partial \phi}{\partial y} = 0$$

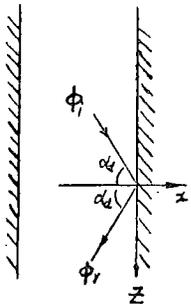
由波动方程 (1-1) 可得到

$$\phi = A \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \end{pmatrix} (K_x X) \exp(-ik_0 z) \exp(i\omega t) \quad (3)$$

下面我们直接用入射波  $\phi_i$  与墙壁的反射波  $\phi_r$  的合成可以得到同样的形式 (1-8)

由 (3b) 式, 有

$$\begin{cases} \phi_i = D_i \exp\left[-\frac{\omega}{C_d} (X \cos\alpha_d + Z \sin\alpha_d)\right] \exp(i\omega t) \\ \phi_r = -D_i \exp\left[-\frac{\omega}{C_d} (-X \cos\alpha_d + Z \sin\alpha_d)\right] \exp(i\omega t) \end{cases}$$



$$\phi = \phi_i + \phi_r$$

$$= -2iD_i \sin\left(\frac{\omega}{C_d} X \cos\alpha_d\right) \exp\left(-i\frac{\omega}{C_d} Z \sin\alpha_d\right) \times \exp(i\omega t)$$

$$\text{令 } \frac{\omega}{C_d} X \cos\alpha_d = K_x X \quad (1-4)$$

$$\frac{\omega}{C_d} Z \sin\alpha_d = K_0 Z \quad (1-5), \quad -2iD_i = A$$

图 14  $\therefore$  有  $\phi = A \sin(K_x X) \exp(-iK_0 Z) \exp(i\omega t)$

(8) 波的相速、群速以及“模式”的截止频率 —

$$\text{相速 } C_p = \frac{\omega}{K_0} = \frac{C_d}{\sqrt{1 - \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2 \left(\frac{m\pi}{2b}\right)^2 - \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{2d}\right)^2}} \quad (1-6)$$

$$\text{群速 } C_g = \frac{d\omega}{dk_0} = C_d \sqrt{1 - \left(\frac{m\pi}{2b}\right)^2 \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{2d}\right)^2 \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2} \quad (1-7)$$

$$\text{当 } \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2 \left(\frac{m\pi}{2b}\right)^2 + \left(\frac{C_d}{\omega}\right)^2 \left(\frac{n\pi}{2d}\right)^2 = 1 \text{ 时} \quad (1-8)$$

$C_p = 0$  或  $C_g = 0$ , 这时的  $\frac{\omega}{2\pi}$  称之截止频率

由 (1-8) 式模式 (m, n) 的截止频率

$$f(m, n) = \frac{C_d}{4} \sqrt{\left(\frac{m}{b}\right)^2 + \left(\frac{n}{d}\right)^2} \quad (1-9)$$

$$f(m, 0) = \frac{mC_d}{4b} \quad (1-10)$$

由东炼预热器的尺寸, 按公式 (1-10) 得到 (m, 0) “模式” 的截止频率为:

$$f(1, 0) = 29 \text{ HZ}, \quad f(2, 0) = 57.5 \text{ HZ},$$

$$f(3, 0) = 86 \text{ HZ}, \quad f(4, 0) = 114 \text{ HZ},$$

$$f(5, 0) = 143 \text{ HZ},$$

应该指出, 这是在  $C_d = 344$  米/秒下得到的结果, 如果考虑烟气的温度  $t^\circ\text{C}$ , 则  $C_d > 344$  米/秒

计算得到的  $f(4, 0)$  可能非常接近  $f_k (= 128 \text{ HZ})$

## 附 录 (2)

X 方向一维波的强迫振动 [4]

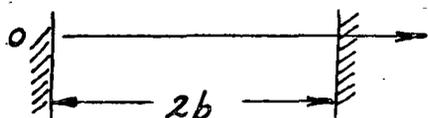


图 16

强迫振动方程有

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - C^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = P(x, t) \quad (\text{I}-1)$$

对刚性边界有

$$u(0, t) = u(2b, t) = 0 \quad (\text{I}-2)$$

$$u(x, 0) = u_t(x, 0) = 0$$

$P(x, t)$  为扰动势  $\phi_i$  对应的扰动力

$u(x, t)$  烟气分子沿 X 方向的位移

$C$  — 声速

先考虑  $P(x, t)$  为任意的形式, 按付氏级数分解

$$P(x, t) = \sum \left( A_m(t) \cos \frac{m\pi x}{2b} + B_m(t) \sin \frac{m\pi x}{2b} \right) \quad (\text{I}-3)$$

$$A_m(t) = \frac{1}{b} \int_0^{2b} P(\xi, t) \cos \frac{m\pi \xi}{2b} d\xi \quad (\text{I}-3a)$$

$$B_m(t) = \frac{1}{b} \int_0^{2b} P(\xi, t) \sin \frac{m\pi \xi}{2b} d\xi \quad (\text{I}-3b)$$

$$\text{设 } u(x, t) = \sum \left( a_n(t) \cos \frac{m\pi x}{2b} + b_n(t) \sin \frac{m\pi x}{2b} \right) \quad (\text{I}-4)$$

把 (I-3) (I-4) 代入到 (I-1) 得到

$$\sum a_m'' \cos \frac{m\pi x}{2b} + \sum \omega^2 m a_m \cos \frac{m\pi x}{2b} = \sum A_m \cos \frac{m\pi x}{2b} \quad (\text{I}-5a)$$

$$\sum b_m'' \sin \frac{m\pi x}{2b} + \sum \omega^2 m b_m \sin \frac{m\pi x}{2b} = \sum B_m \sin \frac{m\pi x}{2b} \quad (\text{I}-5b)$$

其中  $\omega_m = m\pi C / 2b$

使 (I-5a), (I-5b) 式的等号两边的  $\cos \frac{m\pi x}{2b}$  及  $\sin \frac{m\pi x}{2b}$  系数相等, 得到

$$a_m''(t) + \omega^2 m a_m(t) = A_m(t) \quad (\text{I}-6a)$$

$$b_m''(t) + \omega^2 m b_m(t) = B_m(t) \quad (\text{I}-6b)$$

由 (I-2) 和 (I-4)

$$a_m(0) = a_m'(0) = 0,$$

$$b_m(0) = b_m'(0) = 0$$

$$\therefore a_m(t) = \frac{1}{\omega_m} \int_0^t A_m(\tau) \cos \omega_m(t-\tau) d\tau \quad (\text{II-7a})$$

$$b_m(t) = \frac{1}{\omega_m} \int_0^t B_m(\tau) \sin \omega_m(t-\tau) d\tau \quad (\text{II-7b})$$

把 (II-7) 式代入到 (II-4) 得到解的形式:

$$\begin{aligned} u(x,t) = & \sum \frac{2}{m\pi c} \left[ \cos \frac{m\pi x}{2b} \int_0^t \int_0^{2b} \cos \frac{m\pi \xi}{2b} \cdot \cos \frac{m\pi c}{2b} (t-\tau) \right. \\ & \times P(\xi, \tau) d\xi d\tau + \sin \frac{m\pi x}{2b} \int_0^t \int_0^{2b} \sin \frac{m\pi \xi}{2b} \cdot \sin \frac{m\pi c}{2b} (t-\tau) P(\xi, t) \\ & \left. \times d\xi d\tau \right] \quad (\text{II-8}) \end{aligned}$$

具体到东炼预热器的情况, 因为合成 (4, 0) “模式” 是沿 X 轴向的平面波

$$\phi_i = D_i \exp\left(-i \frac{4\pi}{2b} x\right) \exp(i\omega t) \quad (\text{II-9})$$

对应  $\phi_i$  的扰动力为 P

$$P = P_0 \exp\left(-i \frac{4\pi}{2b} x\right) \exp(i\omega t) \quad (\text{II-10})$$

取 (II-10) 的实数部分

$$P = P_0 \left( \cos \omega t \cos \frac{4\pi}{2b} x + \sin \omega t \sin \frac{4\pi}{2b} x \right) \quad (\text{II-11})$$

由 (II-3) 式

$$A_4(t) = \frac{1}{b} \int_0^{2b} \left( P_0 \cos \omega t \cos \frac{4\pi}{2b} \xi + \sin \omega t \sin \frac{4\pi}{2b} \xi \right) \cos \frac{4\pi}{2b} \xi d\xi$$

$$= \frac{P_0}{b} \cos \omega t \int_0^{2b} \cos^2 \left( \frac{4\pi}{2b} \xi \right) d\xi = P_0 \cos \omega t$$

$$B_4(t) = \frac{1}{b} \int_0^{2b} \left( P_0 \cos \omega t \cos \frac{4\pi}{2b} \xi + \sin \omega t \sin \frac{4\pi}{2b} \xi \right) \sin \frac{4\pi}{2b} \xi d\xi$$

$$= \frac{P_0}{b} \sin \omega t \int_0^{2b} \sin^2 \left( \frac{4\pi}{2b} \xi \right) d\xi = P_0 \sin \omega t$$

∴ (I-6) 式有:

$$a_4'' + \omega_4^2 a_4 = P_0 \cos \omega t \quad (\text{II-12a})$$

$$b_4'' + \omega_4^2 b_4 = P_0 \sin \omega t \quad (\text{II-12b})$$

由于  $\omega = \omega_4$

所以  $a_4, b_4$  是非常大的, 它包括  $t \cos \omega t, t \sin \omega t$  一项, 因此随时间增加  $b_4$  很大, 称这种情况为共振

### 参 考 文 献

- [1] 雷伍德 (Redwood), 声波导, 上海科技出版社 (1965年译)。
- [2] Morse, P.M., Vibration and Sound, Mcgraw-Hill (1948)。
- [3] 日本音响材料协会编, 建筑音响工学 (日文影印本)。
- [4] Sokolnikoff, I.S., and Redheffer, R.M., Mathematics of physics and Modern Engineering, Mcgraw-Hill (1958)。