

第三届全苏理论与应用力学大会

(1968年1月25日—2月1日)

1. 每隔四年,在寒假期间,于莫斯科召开全苏力学大会,已经成为传统。每次大会都引起全国科学界和工程界的更大注意。

力学是许多技术部门中理论基础的重要部分。随着技术的发展,力学的各种应用范围不断扩大,它对今后的进步以及对实现国民经济的宏伟任务的作用也不断增大。

在最近期间,发生了力学的高度“物理化”和“技术化”,它的问题大大超出了上世纪流行的,力学是应用数学一门分支的古老的“学院式”力学范围。但是,目前力学同数学之间依然存在着极紧密的联系,而且此种联系与年俱增。力学把新的很有意思的问题不断“投给”数学,并提示研究这些问题的方向;另一方面,数学把自己的观点和方法推荐给力学,由此促成正确地定量和定性描写现象。力学中大量问题具有比较清楚和简单的数学表述,其结果是现今许多深刻研究过的数学方法,首先恰恰是在力学中受到检验。此外,在一些领域内,这两门学科之间的界限很难清楚划分。目前各大学里依旧把数学和力学放在一个系,这样来区别高等学院和系并非偶然。

因此,数学界关心第三届全苏理论与应用力学大会是完全可以理解的。这次大会,由苏联理论和应用力学全国委员会,会同苏联科学院力学问题研究所和国立莫斯科大学共同组织。

2. 在我们这个时代,科学和技术的迅猛发展,使各部门的研究工作以空前的速度增长,也使科学工作人员和工程技术人员增加。这种增长情况也表现在下述数字中:如果说1960年第一届全苏力学大会的与会者不到3000人,1964年第二届大会近5000人,则这次大会已有7000多人——已达实际可能参加人数的极限。

与会者来自100多个城市,实际上代表了全国所有科学中心,其中高等院校近240个,苏联和各加盟共和国科学院的研究机构60多个,其他单位的科研机构近140个,工厂近100个。还有16个国家(其中有英国、保加利亚、匈牙利、德意志民主共和国、荷兰、波兰、罗马尼亚、美国、法国、德意志联邦共和国)的近100位外国客人参加了大会。

(下略)¹⁾

3. 由于大会规模很大,这里简直不可能对各个特别成果作最一般的评述,取舍任何一个问题都将是主观的。所以我们在本节以及在对各组工作的概述中只限于指出若干发展趋势。

现代力学的任务,一方面是加深其理论基础,更精确地反映物体相互作用的物理—力学过程,另一方面是把选择机械、机构和结构的最佳工况和可靠方案,化成确定的数学问

1) 此处及下面的略去部分均系译者略。

题,并找出有效的解法。

越来越复杂的、离力学古典分支较远的许多物理系统,例如湍流、跨声速流、等离子体、起化学反应的介质、(具有相变的)多相流、非牛顿流体、聚合物、土壤等等,日益成为力学关心的范围。在这些情况下,实验及半经验理论,数学模型符合实际的分析及其可能简化的分析,极端情况的研究及定性的结论,总之一句话,实验物理学和理论物理学比“纯”数学和古典力学更为独特的那些方法,都比先前起着更大的作用。

但是,用来研究力学问题的数学结构是繁多的,在原理和“技术”方面复杂化了。例如非线性问题、各种退化问题、随机参量问题等的应用相当广泛。因此,用“纯”数学手段求解来自力学的模型问题的范围有所扩大,其中包括极其困难的问题。例如,对于纳维—斯托克斯方程来说,一些基本问题的解的存在定理,在相当大范围内还没有被证明,而一系列重要定理如解的唯一性和稳定性、稳定性解的结构、求平均的可能性等,都建立在存在定理之上。建立了这些定理,才有可能更深刻地认识湍流现象。还可以列举其他许多问题,其中有很多已在这次大会上谈到。

这次大会的特色是广泛应用电子数字计算机来进行计算。通常正是电子数字计算机(有时是模拟计算机)才能克服几何形状复杂、高阶方程组、非线性等引起的技术困难。连续介质力学问题,尤其是气体动力学问题和粘性流体动力学问题的数值解法,在大会上特别受到极大的注意。一系列专门会议报告了这方面的问题,并且除了听取主要是数学性质和方法性质问题的报告之外,还听取了有关问题具体数值计算结果的大量工作的报告。这一系列报告代表了许多“计算”学派,它们是在我国各科研中心不同程度地独立发展起来的。

电子数字计算机的应用(绝非死板套用)提出了大量的新问题,顺利解决这些问题,就能大大推动重要力学问题的研究工作。而且这种应用,还把自己的特点加到目前看作是建立算法问题的许多问题的提法之中。同时值得指出,由于造出了电子数字计算机而使研究应用问题的其他数学方法的作用有所降低,看来这种开始流行的看法目前几乎没有有什么分歧了。恰恰相反,现在谁也不再怀疑,只有把实验、计算、理论三种方法结合起来,才能推动力学的发展。此外,理论应当是多种多样的,包括从直接整理测量结果到用巧妙的数学来研究运动方程。数学的作用在增长着,它的越来越多的分支在力学中得到了应用。

多数报告显示了用现代分析方法定量和定性研究数学上严格表述的力学问题的威力。由于所研究的系统极其复杂,粗略求解各种复杂问题就成为更迫切的任务。

大会上有关新问题的报告可惜不多。所以这里只能提及连续介质力学方面的一些工作,其中研究建立描写某些介质的方程的新途径。大会上提出的力学各领域的实验研究为数甚少。

讨论一系列广泛的迫切课题的圆桌讨论会在大会上很受注意。关于这方面的情况,我们将在下面报道各组工作情况时谈及。

同所有大型学术会议一样,在本次大会上,会场外的多次非正式讨论会起了特殊的作用,使上千位会议参加者有机会同来自各机关学校和国外的同行们讨论自己的工作。

4. 第一组是一般力学和应用力学(组长A. IO. 依什林斯基,副组长A. И. 鲁利叶, Д. E. 奥霍齐姆斯基) 讨论的问题是:分析力学、运动稳定性理论和各种控制问题(小组长鲁利叶),宇宙飞行力学(奥霍齐姆斯基),振动和调节(Ю. A. 米特罗帕尔斯基),陀螺仪(依什林斯基),机构和机械理论(И. И. 阿尔托波列夫斯基),力学教学法(Л. И. 谢道夫)。

(报告人及报告题目略)

第一组的题目同常微分方程理论有很直接的联系,以致一系列报告都具有鲜明的数学特点,并且它们仅在涉及问题提法的根源和说明其意义时才同力学有关。在其他许多报告中,一般的数学研究如果说不是占着首要地位,也得说占着极重要的地位。对有限自由度具体系统的稳定性、周期性和准周期性等的研究方法,往往具有这样的一般特点,以致这种方法自然而然地发展成很广的一类微分方程组或其他类似对象的一般数学研究。这种发展不少是由下述情况促成的:一个具体研究的目的,往往由“纯”数学特有的术语(例如,证明具有特定性质的解的存在性或不存在性等等)表述出来。

最近时期的特点是,不仅一般力学的传统数学方向(既采用早已是古典的方法,也采用原则上是新的方法)有了迅速发展,而且就连不久前才兴起的方向也有了迅速发展。例如,大量报告研究了各种控制问题、博弈问题(игровые задачи)等的最佳值方法,这种方法着重在现代计算技术的应用。有一系列报告研究了随机作用、后效及其他“非古典”效应的影响。宇宙飞行力学是许多新课题的丰富源泉。

在鲁利叶的主持下于第一组范围内召开了圆桌讨论会,讨论有关力学研究中数学严格性的概念。会上引起了热烈的争论,参加的有纯数学观点的拥护者,也有应用方向的代表。鉴于这次讨论会对数学方面有特大兴趣,下节将作详细介绍。

5. (略)

6. 液体和气体力学组(组长Л. И. 谢道夫,副组长Л. Г. 洛强斯基, Г. Г. 切尔内依)讨论的问题是:一般流体力学(小组长П. Я. 柯钦娜),空气动力学和气体动力学(A. A. 尼科尔斯基),等离子体和稀薄气体的理论(切尔内依),粘性流体、边界层、湍流及传热(洛强斯基),多组分系统流体力学,包括多孔介质流体力学(Л. Г. 加林),应用流体力学和气体动力学(Г. Н. 阿勃拉莫维奇)。

(报告人及报告题目略)

在洛强斯基的主持下举行了湍流问题圆桌讨论会。

目前流体力学研究的特点,是希望尽可能完全地考虑流体的各种性质(粘性、热传导、电磁性质、化学反应、辐射等等)。出现这种可能,是由于广泛使用电子计算机。在这方面,非线性偏微分方程边值问题的许多新提法能够吸引数学家们。应当说,到目前为止,这些问题(解的存在性、唯一性和稳定性,近似方法的收敛性)的正确分析,主要还只限于不可压缩粘性流体或理想流体的最简单情况,而且就连这些情况下的许多问题都还未解决。我们觉得,迫切需要研究连续介质力学一般问题中的这些问题。假如说建立非线性偏微分方程一般理论的时间还未来临,那么可以说,开始发展非线性力学方程的一般理论已很及时。应当指出,这里提到的许多问题,同古典的纳维—斯托克斯方程和欧拉方程的相应问题相比要简单一些。O. A. 拉迪任斯基的报告举出了这种问题的一个例子,其中指明,在运动论的某些条件下得到了比纳维—斯托克斯方程更一般的方程,而且对这些更一般的方程来说,存在性和唯一性问题大体上是容易解决的。

关于解流体力学问题的近似计算,用得最多的是网格法。研究人员在这方面的努力方向是同下述困难作斗争:极庞大的网格系统(研究出最好的解法,以及寻找简化的可能性),小粘性效应和压缩性效应引起的解的复杂结构;解无界区域问题时发生的特殊困难。

这里要指出,对非线性方程差分方案的稳定性问题研究得很少。

非常迫切需要研究时间很长、粘性趋于零的情况下,离绕流物体很远处的流动的渐近性

质。对于二维的情况，整个说来，理想和粘性不可压缩流体初值问题的唯一可解性定理是已知的，而在不久前O. A. 奥列尼克作了研究之后，可以认为边界层方程已很好研究过了。因此，从粘性流体过渡到理想流体的问题，在这里是完全成熟了（可是，成熟了的果子远不一定会自动从树上掉下！）。

湍流和稳定性问题，这是流体动力学中最曲折和最困难的问题之一。在此领域的数学理论的最新进展中，我们要指出的有：粘性流体情况下稳定性问题线性化的合理性的证明；许多流动（“平面管”中的泊稷叶流动，旋转圆柱体之间的流动，空间一周期性流动等）的不稳定性的严格证明；超临界状态（旋转圆柱体之间的泰勒涡，自由对流等）的研究。这里要指出，由于定常流丧失稳定性的结果，可能发生新的定常流或周期性自振状态；得到了理想流体流动的接近于必要判据的稳定性；对一系列情况作了二次流（泰勒涡，对流）的计算。

我们要指出，最近可能解决的若干数学问题为：非定常状态、特别是周期性状态的稳定性；克雷洛夫—波戈留波夫平均方法的应用；雷诺数增加的流动继续复杂化（例如泰勒涡的破坏或蜂窝状对流的破坏）的研究。

现有的理论甚至离计算最简单情况下的湍流（譬如管内流动）特性的差距还很远。M. A. 戈尔德季克开始了进一步求解此问题的新尝试，他提出，平面管内湍流的平均速度分布是“极大稳定的”，即在给定流动的消失在管壁上的所有速度分布中，发生越来越向左移动的稳定性谱。计算结果表明，所得速度分布同实验结果很相象。这儿的问题在于，能否由统计理论推出这一原理。关心的问题（甚至与湍流无关）是要知道，是否存在极大稳定的速度分布或其他一些速度分布。

7. 固体力学组（组长H. И. 穆斯赫里什维里，副组长Ю. Н. 拉波特洛夫，B. B. 索科洛夫斯基）讨论的问题是：弹性理论（小组长Л. И. 舍尔曼），塑性理论（Л. М. 卡察诺夫），板壳理论（А. Л. 戈尔坚维节尔），固体力学的非古典模型，包括流变学和破坏问题（拉波特诺夫），结构力学问题（И. М. 拉宾诺维奇），土力学（索科洛夫斯基）。

（报告人及报告题目略）

数学工作者也很关心本组讨论的问题，其中我们首先要指出的，是弹性理论的三维问题过渡到二维和一维的问题。问题的实质如下。在实践中经常需要求解特殊形状三维物体的弹性理论边值问题，这种物体或者有两个方向的尺寸比第三个方向的尺寸小得多（杆），或者有一个方向的尺寸比其余两个方向的尺寸小得多（板和壳）。在建立弹性理论相应问题的解法时，自然要考虑这些物体的形状的特殊性。杆和板壳的应用理论的基本任务就在于此。过渡问题，这是应用弹性理论中的一个古老问题。目前又在关心这个问题，其原因是广泛使用具有复杂物理—化学性质的新材料，杆和壳本身结构的复杂化，应力集中问题和动力学问题。

目前使用的过渡方法，实质上可以分成两大类：第一类是根据几何性质和力学性质的假设，用特殊方式表述的二维和一维问题的解来代替三维问题的解。第二类工作是给出一些过程，根据这些过程作出一维和二维边值问题（它们的解应收敛到原始三维问题的解）的某一序列。基本的问题有：应用理论的误差，应用理论的合理使用范围，精确理论的建立。

静力学情形的问题，数学上可化为研究小参数出现于某些高阶导数之中的线性椭圆型方程组的解的性质。因此这种问题就与目前已很好研究过的小参数出现于高阶导数所有算子之中的情形完全不同。

从纯数学的观点来看，上述问题几乎没有研究过。而对于动力学问题的情形，竟连可用

以建立形式上的展开式的相应算法都还没有。

正如前面指出过的，大量报告研究了弹性理论问题的近似解法及其在电子数字计算机上得到实现。目前使用有限差分法和各种改型的布勃诺夫—伽辽金法最广泛。在有限差分法方面，受到很大注意的有：挑选最好的有限差分方案来解弹性和塑性理论问题；对于边界条件中含有高阶导数的高阶算子，把边界数据移到边界结点上的问题；在解有角区域（这种区域的解中有奇点）的边值问题时采用有限差分法。

在大会上报告的工作表明，直接方法主要是采用有很多个变分参数的近似法向提高其精确度的方向发展。这时逼近系统的强性极小问题具有重要的意义，它在大会上引起巨大的兴趣。

根据固体力学组提出的报告可得出结论：对弹性和塑性理论非线性问题的兴趣在不断增长。特别是壳体非线性稳定性问题依然引起巨大兴趣。问题可化为估计相当复杂的汎函的临界点数目，此汎函在某个希尔伯特空间给定并依赖于有限个参数。要完全解决此问题，需要确定这些参数变化时汎函临界点数目的变化。为了近似解决问题，广泛使用有限差分法及布勃诺夫—伽辽金法与李茨法的各种变体。在以解的不唯一性和深刻的非线性为特征的问题中应用这些近似方法，数学家可能对与此有关的问题发生兴趣。

与这类问题相适应，分析方法在最近广泛流行起来。壳体理论有固有的小参数，这使某些问题退化。在稳定性问题中这种问题使人感兴趣，因为退化的问题在一系列情形下有相等的两个解。看来这是普遍的情况。因此必须在下列条件下研究退化：在一个集合中，原始边值问题的解趋于一个汎函极限，而在另一集合中则趋于另一极限。要结合两个极限，必须专门建立由某些非线性问题决定的边界层。

在非保守载荷情况下可能发生的失稳，并非转变成新的平衡形式，而是转变成新的运动形式即自振。表现在这方面的巨大兴趣，是提出可能区别这些情况的有根据的判据。此外还对估计运动状态的数目和运动状态的性质即周期性、准周期性等感兴趣。不久以前，力学工作者在直接方法的基础上近似地解决了这些问题。感兴趣的是对问题作一般的数学研究。应当指出，在粘性流体动力学的一系列问题中已进行过这种工作。

边界条件的不同边界部分有不同特点时的弹性理论混合型静力学问题，在大会的报告题目中有一定的反映。由实践推动的这些问题的发展趋势，是由古典的区域（半平面、半空间、圆）过渡到形状较复杂的区域：条带、薄层、球、楔、锥等。为了建立求解这些问题的有效方法，可把它们化为第一类和第二类积分方程，化为无穷线性代数方程组。数学工作者在这方面可能感兴趣的是研究：边值问题及相应积分方程及无穷方程组的可解性，校准问题，特殊边界集合的邻域内（其中发生边界条件的类型的变化）解的性质，等等。这些问题都同当前发展很快的伪微分算子理论有密切的联系。

关于论证板壳理论的基本关系式问题，在戈尔坚维节尔的主持下在组里举行了讨论会，参加讨论的有И. Н. 维库、戈尔坚维节尔、В. 科伊特、Э. 雷斯纳尔等人。维库强调说，在壳体理论中很难指望建立实践上有意义的一切问题中可以接受的统一的方程组和边界条件。他还提出一种想法：必须沿着建立一系列理论的途径前进——研究人员的义务是客观而全面地阐明每种理论的合理适用范围。雷斯纳尔认为，必须在逐次简化弹性力矩理论的基础上建立板壳理论。科伊特一般地谈到，不管是哪一种修正，其合适性都令人怀疑。根据一系列原因，很难同意这种观点。第一，存在并广泛使用着一些板壳，无论怎样也不能把它们看成是薄的，也不能在应用理论的基础上进行计算。第二，即使是很薄的壳，只要它有一些

孔，孔的曲率半径在某些点同壳的厚度相比拟，则在基尔霍夫—勒夫假设的基础上，往往可以不去计算应力集中。最后，壳的固定条件及其同别的结构元件连接的条件，都可能要求比应用理论所作的要更加精确的分析。У. К. 尼古尔在其发言中强调，在有集中载荷及断裂载荷的情况下，近似理论不可能给出问题的正确的解。И. Т. 谢列佐夫指出，在建立应用理论时，必须坚持“双曲性”原则。戈尔坚维节尔在结束语中表示，赞成必须细致地研究每种应用理论的可能性和应用范围的意见。他强调建立有关动力学问题和有关使用新材料等等的精确理论的重要性。他表示不同意科伊特的主张。他还指出数学上论证板壳理论中渐近方法的重要性。

拉波特诺夫主持的破坏力学问题的讨论会也引起许多专家的兴趣。在讨论过程中，对变形固体力学这个重要的应用领域，发表了各种不同的（其中包括争论很大的）观点和意见。

8. (略)

摘译自：И. И. Ворович, Г. К. Михайлов, А. Д. Мышкис, Э. И. Юдович,
III всесоюзный съезд по теоретической и прикладной механике
(Москва, 25 января—1 февраля 1968г.), Успехи математических
наук, 1969 (январь—февраль), Том 24, вып. 1, стр. 201—217.

(董秀民、肖枕石摘译，吴永礼校)