

# 动载荷的识别方法

杨智春<sup>†</sup> 贾 有

西北工业大学航空学院结构动力学与控制研究所, 西安 710072

**摘 要** 大多数情况下, 作用在工程结构上的动载荷, 如高性能战斗机在大攻角机动飞行时作用在垂尾结构上的抖振载荷, 是无法直接测量的, 只能通过测试结构在动载荷作用下的动态响应来识别出结构的动载荷. 首先阐述了动载荷识别的基本原理, 然后根据结构模型的特点, 将动载荷识别方法分为确定性结构的动载荷识别方法和不确定性结构的动载荷识别两大类, 对近些年国内外学者在这两方面的研究进展进行述评, 最后针对目前动载荷识别方法研究中所存在的问题, 提出有待深入探讨的课题.

**关键词** 动载荷识别, 正则化, 卡尔曼滤波, 人工智能, 不确定性

中图分类号: O327 文献标识码: A DOI: 10.6052/1000-0992-14-049

---

收稿日期: 2014-07-10; 录用日期: 2015-02-06; 在线出版日期: 2015-02-10

<sup>†</sup> E-mail: yangzc@nwpu.edu.cn

引用方式: 杨智春, 贾有. 动载荷的识别方法. 力学进展, 2015, 45: 201502

Yang Z C, Jia Y. The identification of dynamic loads.

*Advances in Mechanics*, 2015, 45: 201502

© 2015《力学进展》版权所有

## 1 引 言

随着科学技术的不断发展,工程结构设计得越来越精细,为了确保所设计结构的可靠,设计人员需要准确知道作用在结构上的外载荷.一般来说,结构所承受的静态外载荷是比较容易预估的,而在对受动载荷作用的结构进行动强度校核时,除了考虑动载荷的幅值,还必须考虑动载荷的频率特性.当动载荷的频率范围覆盖结构的共振频率时,结构会因共振而引起结构振动疲劳问题.因此在进行大多数的工程结构设计时,不仅要考虑其设计静载荷,而且还必须考虑动载荷的影响,以避免其发生振动疲劳失效.在多数情况下,受技术条件或工作环境的限制,作用在结构上的动载荷难以直接测量甚至无法测量.例如,火车车轮与铁轨之间的接触载荷、柴油机工作时曲轴所承受的轴承载荷、高层建筑物所受到的脉动风载荷、飞机飞行中由于翼面上气流分离所产生的抖振载荷等(图 1).相对而言,结构在动载荷作用下的动态响应是比较容易测试.为此,科研人员为这些难以直接测量的动载荷提供了一种间接的确定方法——动载荷识别方法,即通过结构在动载荷作用下产生的振动响应(应变、位移、加速度)来对动载荷进行预计.动载荷识别方法的提出和发展为工程结构的动强度设计以及振动疲劳特性的评估提供了基础.

按照结构动力学理论,动载荷识别问题属于结构动力学的第 2 类反问题,它是根据结构在动载荷作用下的振动响应(应变、位移、加速度)和系统的特性参数(固有频率、振型、阻尼比等)来确定动载荷的过程.动载荷的识别流程如图 2 所示.

动载荷识别方法最早是 20 世纪 70 年代中期,在航空领域中被提出来的(Bartlett et al. 1979),当时为了能够更准确地了解飞机飞行过程中的受载情况,飞机设计工程师将动载荷识别纳入到飞机的载荷设计工作中.经过几十年的不断发展,动载荷识别方法已经有了长足的进步,国内外一些学者先后对动载荷识别方法的研究现状进行了总结研究(Wang 2002, 瞿伟廉等 2004, Yu et al. 2007, Uhl 2007, 郭荣等 2013, 周盼等 2014, Sanchez et al. 2014). Wang (2002) 对作用在结构上的谐波载荷和冲击载荷的识别方法进行了介绍,将其分为直接法和优化法,给出了这 2 种识别方法的计算流程,并给出了用优化方法识别结构上冲击载荷大小和位置的目标函数,指出了解决这些优化问题时需要注意的一些问题.瞿伟廉等(2004)将动载荷识别方法分为频域法、时域法、时间有限元法、逆系统法、神经网络法、小波正交算子变换法,并分别介绍了这些方法的优缺点和适用范围,讨论了影响动载荷识别精度的因素. Yu 等(2007)对桥梁上移动载荷的识别方法进行了综述,重点介绍了 Interpretive Method I, Interpretive Method II, Time Domain Method 和 Frequency Time Domain Method 4 种方法.为了对这 4 种方法的识别结果进行比较研究,文中通过一系列试验来分析不同参数对移动载荷识别精

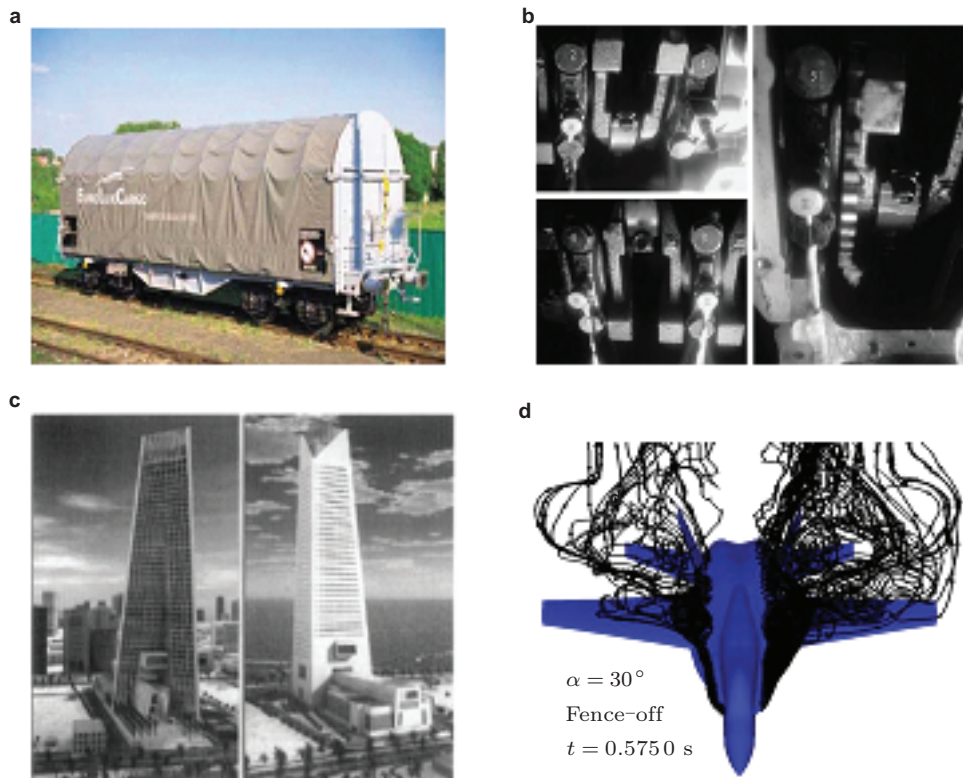


图 1

工程结构所受的动载荷 (Uhl 2007, Hosseini Fouladi et al. 2009, 吴天河等 2012, 党学会 2010). (a) 火车轮轨的接触载荷, (b) 曲轴的轴承载荷, (c) 高层建筑的风载荷, (d) 飞机上的抖振载荷

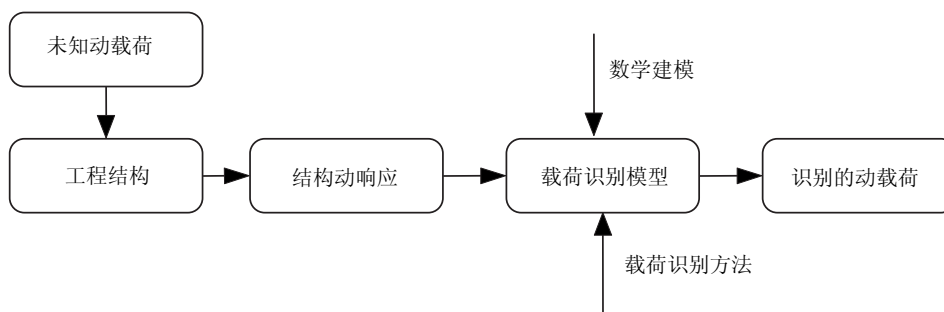


图 2

动载荷识别的流程

度的影响,最后指出了移动载荷识别方法在工程应用中所面临的困难.周盼等(2014)对目前广泛采用的动载荷时域识别方法的研究现状和优缺点进行了总结,这些时域识别方法包括反卷积法、加权加速度法、函数逼近法、卡尔曼滤波器和递归最小二乘法、逆系统法以及新型的智能识别方法. Sanchez 等(2014)将动载荷识别方法分为直接法、正则化方法和统计方法,并通过引用相关的动载荷识别文献来说明每一类方法的基本思想及其优缺点.

综上所述,动载荷识别问题已经成为结构动力学领域中的一个热点问题,而在研究中发现,目前大部分动载荷识别研究都集中于确定性结构的动载荷识别方法,而针对不确定性结构的动载荷识别方法的研究相对较少.随着科技的发展,工程结构会越来越复杂,设计中的不确定性因素将会越来越多,因此,不确定性结构的动载荷识别方法将会成为动载荷识别的重点研究方向之一.本文根据结构模型的特点,将动载荷识别方法分为确定性结构的动载荷识别方法与不确定性结构的动载荷识别方法两大类,从多方面对当前的动载荷识别方法研究进行了阐述,并对其发展趋势进行了展望.

## 2 载荷识别的基本原理

为了便于了解各种动载荷识别方法的学术思想,本文首先简要介绍动载荷识别的基本原理及其在动载荷识别过程中所面临的各种困难.

### 2.1 模型的建立

根据图2的动载荷识别流程,为了进行结构的动载荷识别,首先需要建立一个能够反映结构动力学特性的数学模型.工程结构的建模分为理论建模与试验建模两大类,理论建模就是将具体的工程结构进行必要的简化处理,并采用合理的力学假设,根据力学原理建立起表征结构力学行为的数学方程.对工程结构进行动力学建模时,通常采用有限元法,将工程结构这种复杂的连续系统,离散成为具有有限多个自由度的离散系统,并根据哈密顿原理建立结构的动力学微分方程.理论建模原理虽然简单,但是在具体建模过程中所采用的各种假设和简化处理都与建模工作者的工程实践经验有很大的关系.因此,在将具体结构的物理模型转化为力学模型,再建立其数学模型的过程中,不可避免地会产生一定的模型误差.

为了避免模型简化和假设带来的误差,研究者提出了另一类建模方法——试验建模方法.试验建模时,需要对结构进行动态激励,测量结构的输入(外激励)与输出(振动响应)数据,再通过参数识别方法来建立工程结构的动力学模型.试验建模的优点是避免了理论建模过程中所采用的各种简化处理和力学假设,所得到的动力学模型也比较可靠.当然,由于系统参数识别方法本身的限制,结构试验时的测试误差以及对大型复杂结构支持条件和环境条件模拟的准确性,也使得试验建模方法具有其局限

性. 例如航空母舰、宇宙飞船、空间站等大型复杂工程结构就很难靠单一的地面试验来建立结构的结构模型, 这种情况就需要合理使用上述 2 类建模方法, 才能减小建模的误差, 得到一个较为准确、可靠的动力学模型.

尽管现有的大部分动载荷识别方法都认为模型误差可以忽略不计, 但是当模型误差达到一定程度时, 动载荷的识别精度就会受到很大的影响, 因此, 已经有一些学者针对模型误差问题提出了相应的动载荷识别方法 (Liu et al. 2005, 毛玉明等 2012, 张磊等 2014).

## 2.2 结构振动响应的获取

准确获取结构的振动响应是进行动载荷识别的前提, 结构的振动响应可以通过传感器从振动结构上直接测量得到. 为了提高动载荷识别精度, 测量结构振动响应时需要注意 2 个方面的问题: 一方面的问题是传感器的优化布置, 传感器位置布置不当, 会导致系统矩阵出现病态, 且得不到充分的动响应信息, 进而降低动载荷识别的精度. 因此在布置传感器时需要考虑 3 个因素 (李东升等 2011): (1) 布置传感器的数量; (2) 传感器位置的选取; (3) 传感器位置的优劣. 大部分动载荷识别方法研究的文献中, 对传感器布置优劣的评价都是基于系统矩阵条件数来进行的 (Thite et al. 2006, Gupta et al. 2013, Zheng et al. 2011, Wang et al. 2013). 另一方面的问题是振动响应的准确测试, 在振动响应的测试过程中, 要尽可能减小各类噪声的干扰, 提高响应测试的信噪比, 确保振动响应数据的可靠性.

最后需要指出的是, 对于同一种载荷识别方法, 采用不同的振动响应类型会得到不同精度的动载荷识别结果, 因此在选取振动响应类型时需要兼顾到动载荷识别方法的特点和动载荷的类型, 例如用应变响应识别低频动载荷比用加速度响应识别低频动载荷的精度要高.

## 2.3 动载荷识别方法的选取及其正则化处理

众所周知, 任何一种动载荷识别方法都不可能较准确地识别出所有类型的动载荷, 这就需要根据实际情况和对动载荷类型的预先估计, 来选用合适的动载荷识别方法.

在结构动力学理论中, 动载荷识别问题属于结构动力学的第 2 类反问题, 而从数学角度上来讲, 大部分反问题都是不适定问题, 即反问题至少不满足解的存在性、唯一性和稳定性 3 个条件中的一个. 对于工程中的动载荷识别问题, 存在性是必然满足的, 因为引起结构振动响应的外载荷肯定是存在的, 否则振动响应不会产生. 另外 2 个条件中当不满足唯一性条件时称为秩亏损问题, 当不满足稳定性条件时称为离散不适定问题 (Hansen 1998, Jacquelin et al. 2003). 离散不适定问题的表现就是结构振动响应的微小变化将会使识别的动载荷产生很大的误差. 为了解决秩亏损问题, 通常的做法

是让振动响应测量点的个数远远大于载荷点的个数,使得离散后的代数方程能够在超定条件下进行求解计算. 解决离散不适定问题则需要选择合适的正则化方法,正则化方法是指在求解过程中加入适当的附加条件或边界约束,以便得到稳定的正则化解,其中最常用的方法是由著名学者 Tikhonov 于 1963 年提出的 Tikhonov 正则化方法,并出版了一本专著 (Tikhonov et al. 1977).

对工程中的任何反问题进行数学求解时,都需要首先将问题进行离散化,转换为一个有限维数学问题进行求解,对于有限维数学问题的计算,数学上已经有了相当成熟的各种算法,如 QR 算法和奇异值分解等 (Nordberg et al. 2006, Hansen 2007).

### 3 确定性结构的动载荷识别方法

经过多年的不断发展,确定性结构的动载荷识别方法层出不穷. 为了便于分析和总结这些方法的基本思想和主要特点,本文根据动载荷识别方法的类型将其划分为 5 类: 直接求逆法、正则化方法、卡尔曼滤波法、随机方法和基于人工智能的动载荷识别方法.

#### 3.1 直接求逆法

直接求逆法是先建立动载荷与结构振动响应之间的关系式,然后通过直接求逆运算来确定动载荷的一种识别方法. 直接求逆法原理简单,且易于实施,可以很方便地应用于频域和时域动载荷识别方法中,是早期进行动载荷识别的一种常用方法.

在动载荷的频域识别方法中,对于确定性结构的动载荷来说,线性时不变系统的动载荷和振动响应之间的关系可以表示为

$$\mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{X}(\omega) \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{H}(\omega)$  为频响应函数矩阵,  $\mathbf{F}(\omega)$  为动载荷,  $\mathbf{X}(\omega)$  为振动响应.

根据式 (1) 可得结构的动载荷为

$$\mathbf{F}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)^+ \mathbf{X}(\omega) \quad (2)$$

式中,上标“+”表示矩阵的广义逆运算.

Bartlett 等 (1979) 最早利用频域直接求逆法,识别出直升机桨毂中心主要谐波频率下的动载荷. 随后 Okubo 等 (1985) 采用直接求逆法研究了机床刀具、汽车发动机的激振力的识别问题,并分析了测量噪声对激振力识别结果的影响. 后来 Hansen(1990) 发现频响应函数矩阵直接求逆法在共振区附近是接近病态的,他用最大列范数去计算条件数时,发现待识别动载荷的识别误差会随着动载荷数目的增加而增大. 为了抑制动载荷识别误差,一些学者对频响应函数矩阵的病态问题进行了深入的研究,并提出了一

些改进的频响函数矩阵求逆方法 (刘恒春等 1990, O'Callahan et al. 1996, Karlsson 1996, 田燕等 2002).

在动载荷时域识别中, 直接求逆法也是使用较多的方法. 常规的做法是先建立一个动载荷识别的时域模型

$$\mathfrak{S}(\mathbf{X}(t)) = \mathbf{F}(t) \quad (3)$$

式中,  $\mathfrak{S}$  是一个微分算子,  $\mathbf{X}(t)$  和  $\mathbf{F}(t)$  分别是时域振动响应和动载荷.

将式 (3) 进行离散后, 可变换成如下的代数方程

$$\mathbf{A}\mathbf{f} = \mathbf{x} \quad (4)$$

式中,  $\mathbf{A}$  为系统矩阵,  $\mathbf{x}$  为结构振动响应,  $\mathbf{f}$  为动载荷. 通过上式可求出外载荷向量  $\mathbf{f} = \mathbf{A}^+\mathbf{x}$ .

Law 等 (1997) 在进行梁结构上的移动载荷识别时, 将运动方程表示成如下形式

$$\rho A \frac{\partial^2 v(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial v(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 v(x, t)}{\partial x^4} = \delta(x - vt)f(t) \quad (5)$$

式中,  $v(x, t)$  为距离梁左端  $t$  时刻的横向挠度,  $A$  为梁的横截面积,  $\rho$  为梁的单位长度质量,  $E$  为材料的弹性模量,  $I$  为截面惯性矩,  $C$  为阻尼系数,  $\delta$  为狄克拉函数.

将式 (5) 离散成如下形式的代数方程

$$\mathbf{B}\mathbf{f} = \mathbf{x} \quad (6)$$

式中,  $\mathbf{x}$  为结构振动响应,  $\mathbf{B}$  为系统矩阵,  $\mathbf{f}$  为动载荷.

从而可得动载荷  $\mathbf{f} = \mathbf{B}^+\mathbf{x}$ . 同样的方法在其他文献中也有所应用 (Sehlstedt et al. 2005 等).

为了避免数值方法进行动载荷识别的不足, 陈帅和杨智春 (2012) 提出了一种利用离散数据拟合和模态方法相结合的时域半解析方法来识别结构上的动载荷, 仿真结果证实该方法能够很好地识别出结构上动载荷的幅值和动载荷作用的位置.

直接求逆法原理比较简单, 很容易实施, 但是频响函数矩阵的病态性和测试噪声水平的高低在很大程度上会影响这类方法的识别精度. 于是, 人们在后来的动载荷识别方法中引入了正则化思想.

### 3.2 正则化方法

正则化方法最早是在 20 世纪 60 年代由 Tikhonov 提出来的, 它是解决不适定问题的有效方法, 其基本思想是通过对不适定问题施加合理的附加条件或者边界约束, 求出一组可以接受的正则化解, 然后从这一组正则化解中挑出最适合方程的解. 目前动载荷识别方法研究中常用的正则化方法有 2 种: 直接正则化方法和迭代正则化方法.

直接正则化方法是通过数值线性代数中的标准运算或者矩阵分解方式来进行计算的正则化方法. 常用的直接正则化方法有: 奇异值分解方法、广义奇异值分解方法、截断奇异值分解方法、总体最小二乘方法、Tikhonov 正则化方法等. 奇异值分解方法是最早用于解决不适定问题的正则化方法. 刘恒春等 (1990) 在识别动载荷时, 利用奇异值分解方法求解频响函数矩阵的广义逆, 从而解决了频响函数矩阵直接求逆误差大的困难. 为了说明奇异值分解法优于直接求逆法, Yu 等 (2003) 在识别移动载荷时, 分别利用直接求逆法和奇异值分解方法来计算结构特征矩阵的广义逆, 结果显示, 用奇异值分解方法计算的结果更接近真实值.

毛玉明等 (2009) 在识别冲击载荷时, 将线性时不变系统的状态方程 (7) 离散变换成代数方程, 并用奇异值分解方法求得该代数方程的正则化解, 然后将其与最小二乘解进行对比.

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{H}\mathbf{v}(t) + \mathbf{r}(t) \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{v}(t)$  为系统的状态变量,  $\mathbf{H}$  为系统的状态矩阵,  $\mathbf{r}(t)$  为系统的输入变量. 结果显示, 当振动响应中加入了 1% 的噪声后, 该方程的最小二乘解和正则化解都能很好地逼近真实载荷; 当响应中的噪声增加到 5% 时, 正则化解还能很好地逼近真实载荷, 而最小二乘解则有了很大的误差. 因此, 奇异值分解方法与最小二乘方法相比具有较好的抗噪性. 截断奇异值分解方法是解决系统矩阵出现秩亏损情况的一种正则化方法, 它主要通过滤掉系统矩阵的小奇异值来保持解的稳定性. 梅立泉等 (2010) 利用截断奇异值分解方法识别薄壁圆柱壳上的动载荷, 分析了正则化参数对载荷识别精度的影响, 并与 Tikhonov 正则化方法得到的结果进行比较, 结果表明截断奇异值分解方法在动载荷识别中具有较高的精度和较好的稳定性.

总体最小二乘法是用于解决结构模型和振动响应同时含有误差的一类正则化方法. Liu 等 (2005) 为了研究频响函数误差和振动响应误差对动载荷识别的影响, 分别利用扩展最小二乘法、截断奇异值分解方法、Tikhonov 正则化方法和总体最小二乘法识别结构上的动载荷, 结果显示, 总体最小二乘法要比用其他正则化方法识别的结果好. 毛玉明等 (2012) 在研究模型误差对动载荷识别结果影响时, 建立了考虑模型误差的动载荷反演分析模型, 并用总体最小二乘方法识别出作用在平面桁架上的 2 个动载荷. 为了验证总体最小二乘方法的识别效果, 文中给出了 3 种载荷工况下的识别结果. 对考虑模型误差和响应噪声的总体最小二乘法和仅考虑响应噪声干扰的最小二乘法进行比较发现, 总体最小二乘法识别的结果更接近真实值. 随着模型误差逐渐增大, 最小二乘识别结果和总体最小二乘识别结果都有较大的误差, 但是相对来说, 总体最小二乘识别结果更加接近真实值. 这说明总体最小二乘法在处理含有模型误差的动载荷识别中具有一定的优势.



与截断奇异值分解方法通过滤掉系统矩阵的小奇异值来保持解的稳定性不同, Tikhonov 正则化是通过正则化参数来修正奇异值以达到解的稳定性. Jacquelin 等 (2003) 在识别结构上的动载荷时, 将振动响应表示成脉冲响应核函数与动载荷的卷积积分, 并在时域中将该卷积积分进行离散, 得到如下代数方程

$$\mathbf{X} = \mathbf{GF} \quad (8)$$

式中,  $\mathbf{G}$  为传递函数矩阵,  $\mathbf{F}$  为动载荷,  $\mathbf{X}$  为结构的振动响应.

由于矩阵  $\mathbf{G}$  是病态矩阵, 根据 Tikhonov 正则化思想, 可将上述不适定问题转化成如下的优化问题进行求解

$$\left. \begin{array}{l} \min_{\mathbf{F}} [\|\mathbf{GF} - \mathbf{S}\|_2 + \alpha\Omega(\mathbf{F})] \\ \text{s.t. } \min_{\mathbf{F}} \Omega(\mathbf{F}) \end{array} \right\} \quad (9)$$

式中, 正则化参数  $\alpha$  可以通过 L-curve 方法进行选取.

上述直接正则化方法, 是动载荷识别中处理小规模不适定问题的有效方法, 它们收敛速度很快, 而且比较稳定, 但是当不适定问题的规模很大时, 直接正则化方法就显得逊色.

迭代正则化方法是动载荷识别中, 求解大规模线性、非线性不适定问题的有效方法, 它是通过对矩阵和向量的迭代来逼近系统矩阵, 同时也使迭代向量收敛到最佳正则化解. 常用的迭代正则化方法有牛顿迭代法、Landweber 迭代法、共轭梯度法、Levenberg-Marquardt 迭代法等. 牛顿迭代法在处理反问题时, 经常会面临矩阵的求逆运算, 这在反问题中是不适定问题, 且容易造成很大的误差, 影响动载荷的识别精度. 相对牛顿迭代法来说, 共轭梯度法是求解反问题的一个不错的选择, 它来源于摄动理论, 本身有 2 个优势: (1) 避免了迭代过程中矩阵的求逆运算, (2) 共轭梯度算法本身是迭代正则化算法. 为此, Huang (2001) 利用共轭梯度法来识别非线性阻尼结构上的动载荷, 他将反问题转变为直接问题、灵敏度问题和共轭问题 3 个问题来进行求解. 首先设定一组作用在给定结构上的动载荷, 利用四阶龙格库塔法求解结构在该动载荷下的振动响应, 为了利用这些振动响应来识别施加在系统上的真实动载荷, 文中构造出如下的优化函数

$$J[f(t)] = \int_0^{t_f} (x(t) - X(t))^2 + (y(t) - Y(t))^2 dt \quad (10)$$

式中,  $x(t)$  和  $y(t)$  分别表示用给定动载荷计算得到的振动位移和速度,  $X(t)$  和  $Y(t)$  分别表示实测的振动位移和速度,  $t_f$  是测试时间的最后时刻. 上述优化问题可以通过如下的共轭梯度法进行求解

$$\hat{f}^{n+1}(t) = \hat{f}^n(t) - \beta^n p^n(t) \quad (11)$$

$$p^n(t) = J'^n(t) + \gamma^n p^{n-1}(t) \quad (12)$$

$$\gamma^n = \frac{\int_0^{t_f} (J'^n)^2 dt}{\int_0^{t_f} (J'^{n-1})^2 dt}, \quad \gamma^0 = 0 \quad (13)$$

式 (11)~ 式 (13) 中,  $\beta^n$  和  $p^n$  分别表示搜索步长和搜索方向,  $J'^n$  表示第  $n$  步的梯度方向,  $\gamma^n$  为共轭系数. 关于  $\beta^n$  和  $J'^n$  的计算, 需要求解灵敏度问题和共轭问题, 经过多次化简运算可得

$$\beta^n = \frac{\int_0^{t_f} [\Delta x(t, p^n)[x(t, \hat{f}^n(t)) - X(t)] dt}{\int_0^{t_f} [\Delta x^2(t, p^n)] dt} \quad (14)$$

$$J'[f(t)] = -\frac{\lambda_2(t)}{M} \quad (15)$$

式 (14) 和式 (15) 中,  $\Delta x$  是位移的摄动量,  $\lambda_2(t)$  是拉格朗日乘子. 这样就可以用上述迭代格式计算出动载荷. 随后 Huang (2005, 2009) 又对上述算法进行了发展.

尽管共轭梯度法与牛顿迭代法相比有很大优势, 但牛顿迭代法在处理适定问题时要比共轭梯度法的收敛速度快很多. 根据这个特点, 人们提出了 Levenberg-Marquardt 迭代法 (Levenberg 1944, Marquardt 1963), 这个迭代法实际上是高斯-牛顿法的变形. Fergyanto 等 (2012) 利用 Levenberg-Marquardt 迭代法识别了结构上的脉冲型冲击载荷, 其思路是将卷积方程 (16) 离散成代数方程 (17) 来进行识别.

$$\int_0^h h(t-\tau)f(\tau)d\tau = y(t) \quad (16)$$

式中,  $h(t)$  为脉冲响应函数,  $f(t)$  为冲击载荷,  $y(t)$  为结构动响应.

$$\mathbf{H}\mathbf{f} = \mathbf{y} \quad (17)$$

式中,  $\mathbf{H}$  为系统矩阵.

为了处理这种类方程的不适定问题, 他们定义了一个优化函数

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{r}(\mathbf{x})^T\mathbf{r}(\mathbf{x}) \quad (18)$$

式中,  $\mathbf{r}(\mathbf{x}) = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}$ .

这样,  $\mathbf{f}(\mathbf{x})$  的梯度方向为  $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = \nabla\mathbf{f}(\mathbf{x})$ , 阶梯函数  $\mathbf{s}(\mathbf{x})$  为

$$\mathbf{s}(\mathbf{x}) = -(\mathbf{H}^T\mathbf{H} + \nu\mathbf{I})^{-1}\mathbf{g}(\mathbf{x}) \quad (19)$$

式中,  $\nu$  为正则化参数. 正则化参数是通过信赖域方法来选取的. 正则化解可以通过如下的迭代格式获得

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \mathbf{s}(\mathbf{x}) \quad (20)$$

迭代停止的标准为  $\|\mathbf{Ax}_k - \mathbf{b}\| \leq \tau\delta$ .

一般来说, 收敛速度慢是迭代正则化方法的一个劣势. 为了改善迭代正则化方法的收敛速度, Wang 等 (2011) 在识别薄板上的分布动载荷时, 提出了一个有效的迭代正则化方法. 为了验证该正则化方法的收敛效果, 文中对所提出的正则化方法以及已有的 Landweber 迭代正则化方法和 Tikhonov 正则化方法进行对比, 结果发现用文中提出的方法可以获得比 Landweber 迭代正则化法和 Tikhonov 正则化方法收敛更快的正则化解.

张磊等 (2014) 利用共轭梯度法和总体最小二乘法相结合的方式来识别时不变系统上的动载荷, 其思路是在总体最小二乘算法的基础上进行 Tikhonov 正则化, 构造了如下的目标函数

$$\left. \begin{aligned} & \min\{\|\mathbf{E}\|^2 + \|\mathbf{r}\|^2 + \lambda\|\mathbf{L}_i\mathbf{x}\|^2\} \\ & \text{s.t. } (\mathbf{H} + \mathbf{E})\mathbf{x} = \mathbf{b} + \mathbf{r} \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

式中,  $\mathbf{E}$  为系统矩阵的误差,  $\mathbf{H}$  为频响函数矩阵,  $\mathbf{b}$  为振动响应向量,  $\mathbf{r}$  为观察向量误差,  $\mathbf{L}_i$  为正则化矩阵.

为了将上述约束最优问题转化成无约束最优问题, 文中构造了拉格朗日目标函数

$$\Phi(\mathbf{E}, \mathbf{r}, \bar{\lambda}) = \|\mathbf{E}\|^2 + \|\mathbf{r}\|^2 + \lambda\|\mathbf{L}_i\mathbf{x}\|^2 + 2\bar{\lambda}^H[(\mathbf{H} + \mathbf{E})\mathbf{x} - \mathbf{b} - \mathbf{r}] \quad (22)$$

根据上述最优化问题应满足库恩-塔克条件, 可以得出如下关系

$$\mathbf{r} = \frac{\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{b}}{\|\mathbf{x}\|^2 + 1}, \quad \mathbf{E} = -\frac{(\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{b})\mathbf{x}^H}{\|\mathbf{x}\|^2 + 1} \quad (23)$$

将式 (23) 代入式 (21) 可得到如下的无约束最优化问题

$$\min_{\mathbf{x} \in C^{m \times 1}} \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \frac{\|\mathbf{H}\mathbf{x} - \mathbf{b}\|_2^2}{\|\mathbf{x}\|_2^2 + 1} + \lambda\|\mathbf{L}_i\mathbf{x}\|_2^2 \quad (24)$$

最后, 通过文中所提的正则化方法解出上述无约束最优化问题, 得到待识别的动载荷. 结果表明用文中所提的正则化算法得到的结果能够很好地与真实值吻合, 其识别效果优于单独用 Tikhonov 正则化方法或总体最小二乘方法的识别结果, 并且具有较低的噪声灵敏度和对迭代初值不敏感等优点.

### 3.3 卡尔曼滤波方法

卡尔曼滤波理论是一个非常著名的状态估计理论, 由于其估计的准确性, 常被作为状态估计器来估计系统的运行状态. 自从 1960 年该理论被提出以后, 它就被广泛应用于工程领域中, 根据该理论建立的卡尔曼滤波算法是一种递归的数据处理算法, 它不需要存储过多的历史信息, 而只需要不断的更新信息, 因而占用的计算机存储空间

非常小, 是一种有效的在线状态估计算法, 可以实时地识别系统在工作状态下的最新状态.

为了了解工作状态下工程结构所受到的动载荷信息, 人们引入卡尔曼滤波算法, 并与递归最小二乘法相结合来识别结构上的动载荷. 周盼等 (2014) 在其综述文章中指出: 有一些学者根据递归最小二乘法公式中权系数的选取方式, 提出了常系数 (Ma et al. 2003, Lin 2010)、自适应权系数 (Chen et al. 2008, Lin 2012) 和智能模糊权系数 (Lee et al. 2010, 2011) 三种类型的动载荷识别方法. Lee (2010) 分别采用这 3 种权系数来识别动载荷, 结果表明, 智能模糊权系数收敛性好, 且能够有效降低各种误差对识别结果的不良影响. Lin (2012) 验证了采用自适应权系数要比采用常系数的动载荷识别精度高. 也有一些学者单独利用卡尔曼滤波算法识别结构受到的动载荷 (Al-Hamadi et al. 2004, Hwang et al. 2009, Naets 2014). 其中, Hwang 等 (2009) 采用卡尔曼滤波算法用有限测点的响应来估计结构的模态力, 并且分析了动响应类型、噪声水平和结构动力特性等对动载荷识别结果的影响. 通过试验数据可以发现, 位移和速度响应用于动载荷识别时比较稳定. 但是, 考虑到工程实际中速度和位移响应的测试困难, 通常采用易于测试的加速度响应来识别动载荷.

为了将该动载荷识别算法推广到非线性系统中, 研究人员又引入了扩展卡尔曼滤波算法, 其基本思想是在状态估计的最后时刻, 将系统模型中的非线性函数进行泰勒展开, 略去展开式中的二阶以上的高阶项, 得到非线性系统的线性化模型, 这样就可以将卡尔曼滤波算法应用于非线性系统的动载荷识别中, 从而解决了上述难题. Ma (2004) 将扩展卡尔曼滤波方法和递归最小二乘法相结合, 识别作用在非线性的结构系统上的动载荷, 文中用于识别的位移响应是通过 Newmark- $\beta$  方法计算得到的. Lourens (2012) 用改进的卡尔曼滤波方法识别作用在结构上的动载荷, 与 Ma (2004) 的工作相比, 不同的是他将噪声当作随机过程来进行处理, 并通过实验验证了方法的可行性.

### 3.4 随机方法

随机方法是从概率统计的角度来研究动载荷识别问题的一种方法, 它主要应用于随机动载荷的识别问题. 由于随机动载荷与其他类型的动载荷相比更复杂, 所以研究随机动载荷识别的文献相对较少.

早期的随机动载荷识别方法都是基于直接求逆的思想, 但是当该识别问题的病态性很严重时, 随机动载荷的识别精度就会受到很大的影响. 为了克服上述困难, 人们在进行随机动载荷识别时引入了谱分解理论, 从而形成了很多经典的随机动载荷识别方法. Lin (2001) 首次利用逆虚拟激励法识别了结构上的随机动载荷, 他将振动响应的功率谱密度矩阵进行谱分解, 然后通过构造虚拟激励计算得到虚拟谐波响应, 来识别出随机动载荷的功率谱密度矩阵. 逆虚拟激励法虽然在一定程度上可以提高随机动

载荷的识别精度, 但是仍会遇到频响函数矩阵的求逆运算, 为此研究者又引入了加权矩阵, 通过加权矩阵来改变频响函数矩阵的条件数. Leclere 等 (2005) 在识别柴油机曲轴所承受的轴承载荷时采用了加权正则化方法, 他将响应功率谱矩阵  $\mathbf{S}_{XX}(\omega)$  分解成如下形式

$$\mathbf{S}_{XX} = \boldsymbol{\chi}(\omega)\boldsymbol{\chi}(\omega)^H \quad (25)$$

式中, 上标 “H” 表示矩阵的共轭转置运算符. 然后, 构造虚拟激励源  $\boldsymbol{\varphi}(\omega)$ , 使其满足如下关系式

$$\boldsymbol{\chi}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\boldsymbol{\varphi}(\omega) \quad (26)$$

将式 (26) 两边同时乘以加权矩阵  $\mathbf{W}$  可得

$$\mathbf{W}\boldsymbol{\chi}(\omega) = \mathbf{W}\mathbf{H}(\omega)\boldsymbol{\varphi}(\omega) \quad (27)$$

从而虚拟激励源为

$$\boldsymbol{\varphi}(\omega) = (\mathbf{H}(\omega))^{\mathbf{W}^+}\boldsymbol{\chi}(\omega) \quad (28)$$

式中,  $(\mathbf{H}(\omega))^{\mathbf{W}^+} = (\mathbf{W}\mathbf{H}(\omega))^+ \mathbf{W}$ . 最后得到的随机动载荷的功率谱密度为

$$\mathbf{S}_{FF} = \boldsymbol{\varphi}(\omega)\boldsymbol{\varphi}(\omega)^H \quad (29)$$

Hosseini Fouladi 等 (2009) 和 Presezniak 等 (2012) 也分别利用加权正则化思想进行了随机动载荷识别的研究, 这些研究的主要区别在于选取加权矩阵的方式有所不同. 此外, 姜金辉等 (2009) 根据矩阵谱分解的思想, 提出了多点任意相关的随机动载荷识别方法, 并利用条件数权重法来解决识别过程中的不适定问题, 实验和仿真结果证实, 该方法可以在一定程度上减轻矩阵的病态, 提高了随机动载荷识别的精度. 为了在飞机设计的强度估算和校核中考虑抖振载荷的影响, 杨智春等 (2012) 提出了根据有限测点处测试的抖振响应来重构飞机垂尾结构抖振载荷的方法, 并通过载荷的概率分布模型预测出了相应的抖振极限载荷, 最后利用算例演示了方法的计算过程.

在实际工程中, 由于模型误差和测量误差的存在, 贾有等 (2014) 提出了同时考虑频响函数误差和响应测量误差的随机动载荷识别模型

$$\tilde{\mathbf{S}}_{YY}(\omega) = \tilde{\mathbf{H}}(\omega)\tilde{\mathbf{S}}_{FF}(\omega)\tilde{\mathbf{H}}(\omega)^H \quad (30)$$

式中,  $\tilde{\mathbf{S}}_{FF}(\omega) = \mathbf{S}_{FF}(\omega) + \delta\mathbf{S}_{FF}(\omega)$ ,  $\tilde{\mathbf{S}}_{FF}(\omega)$  为待识别的随机载荷功率谱密度,  $\delta\mathbf{S}_{FF}(\omega)$  为随机载荷识别误差,  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) + \delta\mathbf{H}(\omega)$ ,  $\tilde{\mathbf{H}}(\omega)$  为实测的频响函数矩阵,  $\delta\mathbf{H}(\omega)$  是频响函数误差,  $\tilde{\mathbf{S}}_{YY}(\omega)$  为含有测量噪声的响应功率谱密度.

通过对该动载荷模型的深入分析, 推导出了随机动载荷识别的相对误差上界公式

$$\frac{\|\delta \mathbf{S}_{FF}(\omega)\|}{\|\mathbf{S}_{FF}(\omega)\|} \leq \frac{\|\mathbf{H}(\omega)\| \|\mathbf{H}(\omega)^H\|}{\|\tilde{\mathbf{H}}(\omega)\| \|\tilde{\mathbf{H}}(\omega)^H\|} k(\tilde{\mathbf{H}}(\omega)) k(\tilde{\mathbf{H}}(\omega)^H) \frac{\|\mathbf{S}_{NN}(\omega) + \Delta \mathbf{S}'_{YY}(\omega)\|}{\|\mathbf{S}_{YY}(\omega)\|} \quad (31)$$

式中,  $\mathbf{S}_{NN}(\omega)$  为测量噪声的功率谱密度,  $\Delta \mathbf{S}'_{YY}(\omega)$  为复合的误差项,  $k(\cdot)$  为矩阵的条件数.

分析了随机动载荷识别过程中的误差来源及主要影响因素, 最后通过一个铝制的垂尾结构薄板作为实验模型验证了所提方法的有效性, 实验结果也证实了在双重误差的影响下, 文中所提的方法能够很好地识别出作用在垂尾结构的随机动载荷.

分布随机动载荷是一类重要的随机动载荷, 为了识别湍流流动对压水反应堆某部件上作用的分布随机动载荷, Granger 等 (1999) 首次利用模态法来识别非线性结构上的分布随机动载荷. 为了抑制在动载荷识别过程中的误差传播, 文中采用了 Tikhonov 正则化方法, 并用牛顿迭代法选取了正则化因子. 2010 年, 姜金辉 (2010) 在其博士论文中利用正交多项式拟合方法分别识别了梁和薄板上的分布随机动载荷. 贾有等 (2013) 在 Granger 等 (1999) 研究的基础上利用谱分解和模态法推导出识别飞机垂尾结构上分布随机动载荷的理论公式, 并利用该公式识别出了飞机垂尾上的抖振载荷.

### 3.5 基于人工智能的动载荷识别方法

人工智能是 20 世纪 50 年代兴起的一门新兴学科, 其主要功能是用人工智能系统来模拟人脑对问题的求解、推理和学习等能力, 它涉及到多个学科领域的知识. 人工智能可以分为传统人工智能和智能算法 2 大类, 其中智能算法是以数据为基础, 通过训练来建立数据间的联系, 再利用这种联系进行问题的求解, 它是目前人工智能研究的重点与方向. 智能算法包括神经网络、遗传算法、模糊技术和人工生命等. 用于动载荷识别的人工智能方法主要包括遗传算法、支持向量机、神经网络算法等. 本节重点介绍人工神经网络在动载荷识别中的应用.

人工神经网络是由大量神经元相互连接而成的一种自适应非线性动态网络, 它是一个在物理机制上模拟人脑信息处理的系统, 具有对问题的求解、推理和学习等能力. 在应用人工神经网络方法进行动载荷识别时, 先前的输入输出数据已经包含了工程结构中的大部分动力学特性, 因而人工神经网络不必依赖结构模型, 只需要通过这些数据来反复训练网络模型即可, 训练好的人工神经网络模型就可以把结构的振动响应与动载荷之间的非线性映射关系以及人工神经网络模型中神经元之间的权重存储下来, 而不必像传统方法那样需要建立振动响应与动载荷之间的理论表达式, 避免了诸如结构建模准确性、误差控制等诸多困难, 增加了现实的可操作性. 因此, 人工神经网络在动载荷识别研究领域中具有很大的发展潜力, 为今后解决具有复杂非线性、不确定性等结构系统的动载荷识别开辟了一条有效的途径.

应用人工神经网络进行动载荷识别的主要步骤为:

(1) 准备网络训练的输入与输出数据: 通过实际结构的动力学实验或基于有限元建模的数值仿真, 来获取结构的动响应和实际施加的动载荷, 然后将振动响应数据和动载荷数据离散后, 分别作为网络训练的输入和输出数据.

(2) 网络结构模型的设计和训练学习阶段: 设计网络结构模型时, 需要确定网络的层数、每层网络中的神经元个数、激活函数、训练函数等诸多参数. 神经网络的训练学习就是利用标定实验的输入与输出数据来进行系统辨识, 即通过不断的调整网络模型的连接权值, 使得网络输出值和期望输出值之间的范数达到最小, 最终确定的人工神经网络模型能够在最小二乘的意义下逼近振动响应与动载荷之间的非线性映射关系.

(3) 动载荷识别阶段: 利用训练好的网络模型和实测的振动响应数据来识别动载荷.

基于人工神经网络的动载荷识别中比较常用的神经网络类型主要为 BP 神经网络、Elman 神经网络和径向基函数神经网络. BP 神经网络是一种多层前馈神经网络, 它是神经网络中应用比较广泛的一种网络模型. Cao 等 (1998) 利用 BP 神经网络模型识别作用在机翼上的分布静载荷, 机翼用一个悬臂梁模型模拟, 作用在机翼模型上的分布载荷是用 11 个等距分布的集中载荷来代表, 训练的数据通过数值仿真得到. 识别结果表明, BP 神经网络能够快速利用应变响应数据识别出作用在悬臂梁机翼模型上的分布载荷, 虽然该工作是针对静态载荷的识别, 但是其关键在于首次引进了神经网络的“地面标定”的思想. 这对于后来人们用人工神经网络进行动载荷识别提供了重要的参考价值. Sofyan 等 (2000) 利用前馈 BP 神经网络识别出作用在薄板上的气动载荷, 并研发了一套能够识别多种类型动载荷的软件. 窦春红等 (2007) 利用 ANSYS 软件建立结构的有限元模型, 通过数值仿真获取 BP 神经网络所需的原始训练数据, 建立起 BP 神经网络识别模型, 然后利用 BP 神经网络模型对结构的动载荷进行识别. 识别结果表明, BP 神经网络方法比传统动载荷识别方法具有更高的识别精度, 而且具有抗干扰能力强的优点. 由于传统的 BP 算法是采用最速下降法来修正权值的, 因而会出现学习收敛速度慢, 易于陷入局部最优等问题. 为此, 人们在 BP 神经网络的基础上又发展出了许多新的神经网络模型, 例如附加动量法的 BP 网络和基于 Levenberg-Marquardt 优化算法的 BP 网络. 沙瑞华等 (2005) 利用上述 2 种类型的 BP 神经网络和径向基函数神经网络分别对不同类型的动载荷进行识别, 识别结果表明, 基于 Levenberg-Marquardt 优化算法的 BP 神经网络对各种类型动载荷的识别效果优于附加动量法的 BP 神经网络和径向基函数神经网络. 文中最后利用 Levenberg-Marquardt 优化算法的 BP 神经网络准确识别出了水电机组上的动载荷. 董会丽等 (2007) 利用有限元仿真和径向基函数神经网络相结合的方式识别复合材料

层合板壳结构的动载荷, 其中网络训练的样本数据是用有限元方法计算得到, 采用的径向基函数是高斯函数. 识别结果表明, 利用径向基函数神经网络识别板壳结构的动载荷是非常有效的, 训练速度也很快. Trivailo 等 (2006) 提出利用 Elman 网络来识别作用在飞机尾翼结构上的抖振载荷 (一种高频动载荷) 和机动载荷 (一种低频动载荷), 文中将实验测试的 9 个载荷作动器产生的低频机动载荷, 2 个激振器产生的高频抖振载荷以及由二者所产生的结构振动应变响应作为网络的训练样本和测试样本, 来训练 Elman 网络模型. 识别结果表明, Elman 网络能够很好地识别出飞机上的这 2 类动态气动载荷, 且收敛速度很快. 由于实际飞行中的气动载荷比模拟的气动载荷复杂的多, 所以 Elman 网络在实际应用中需要利用大量的飞行试验数据来进行修正.

虽然基于人工神经网络的动载荷识别方法, 比传统的动载荷识别方法有更大的应用潜力, 但是也存在很多问题, 如网络模型的选取、隐含层的个数、隐含节点数的选择等都没有一个切实可行的普适算法, 而是需要使用者通过试算来进行确定. 同时, 神经网络的识别精度和训练样本的数量成正比, 而样本的数量又影响着网络的计算效率和收敛速度. 所以, 基于人工神经网络的动载荷识别方法发展相对缓慢, 但对于复杂工程结构的动载荷识别问题, 基于神经网络的动载荷识别方法还是有很大的应用潜力.

确定性结构的动载荷识别方法种类繁多, 除了上述提到的方法外, 人们还将一些新的识别理论及数据处理技术引入到动载荷识别领域中, 发展出新颖的动载荷识别方法, 例如基于小波变换的动载荷识别方法 (Lifschitz et al. 2005, Law et al. 2008, Li et al. 2014)、基于统计能量分析理论的动载荷识别方法 (薛永刚等 2010, Xie et al. 2013, 王济江等 2008, Mao 2014)、基于正交基函数分解的动载荷识别方法 (Jiang et al. 2008, Liu et al. 2006) 等, 限于篇幅, 在此就不详细介绍.

#### 4 不确定性结构的动载荷识别方法

上文所述的动载荷识别方法都是针对确定性结构的, 然而, 实际工程结构中经常会存在难以准确确定的刚度参数、边界条件以及阻尼参数等各种不确定性因素. 这些不确定性因素使得结构实际的动力学特性与名义设计值之间存在较大的偏差, 从而严重影响到动载荷识别的精度. 因此, 研究不确定性结构的动载荷识别方法具有重要的现实意义, 不确定性结构的动载荷识别方法是建立在描述不确定结构的数学模型基础上的.

描述不确定性结构的数学模型主要有概率模型、模糊模型、凸模型和区间模型. 这 4 种数学模型的分析方法各有侧重, 选用什么样的数学模型来研究不确定性结构的动载荷识别, 应该根据实际情况来决定. 如果工程结构中的不确定性因素的统计信息比较完备, 且足以确定其概率分布函数时, 则采用概率模型可以得到比较准确的动载



荷识别结果; 如果结构中的不确定性因素的样本数据很少, 只知道其大致的变化范围, 则采用区间模型更合适. 目前不确定性结构动载荷识别中常用的数学模型主要为概率模型和区间模型.

#### 4.1 概率模型

概率模型也称随机模型, 即将不确定因素看成随机变量或者随机过程, 利用概率统计的方法来研究不确定性现象. 在概率模型下常用的方法有: 谱表示方法、Karhunen-Loève 展开法、非参数法、贝叶斯方法等.

Wu 等 (2012) 利用 Karhunen-Loève 展开法来识别不确定性桥梁结构上的移动载荷, 其基本思想是将桥梁的运动方程表示为

$$\rho A \frac{\partial^2 \omega(x, t)}{\partial t^2} + C \frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} + EI \frac{\partial^4 \omega(x, t)}{\partial x^4} = \sum_{i=1}^{N_F} F_i(t) \delta(x - v_i t), \quad i = 1, 2, \dots, N_F \quad (32)$$

式中,  $\omega(x, t)$  为距离梁左端  $t$  时刻的位移,  $A$  为横截面积,  $\rho$  为单位长度质量,  $E$  为弹性模量,  $I$  为截面惯性矩,  $C$  为阻尼系数,  $\delta$  为狄克拉函数.

对式 (30) 进行有限元离散, 得到如下的动力学方程

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{R}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{R}} + \mathbf{K}_b \mathbf{R} = \mathbf{H}_b \mathbf{F} \quad (33)$$

式中,  $\mathbf{M}_b$ ,  $\mathbf{C}_b$  和  $\mathbf{K}_b$  分别为质量阵、阻尼阵和刚度阵,  $\ddot{\mathbf{R}}$ ,  $\dot{\mathbf{R}}$  和  $\mathbf{R}$  分别为节点振动的加速度、速度和位移向量.  $\mathbf{H}_b$  为转换矩阵,  $\mathbf{F}$  为外激励向量. 所要识别的动载荷是车辆在桥面上行驶时, 桥面粗糙度所引起的作用于桥面的动态激励, 由于桥面粗糙度的不确定性, 使得车辆对桥梁结构的外激励载荷  $\mathbf{F}$  以及桥梁结构的振动响应  $\mathbf{R}$  都带有不确定性, 若将其看成高斯随机过程, 则利用随机有限元中的 Karhunen-Loève 展开理论将  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{F}$  展开为

$$\mathbf{R}(t, \theta) = \sum_{j=0}^{k_R} \xi_j(\theta) \mathbf{y}^{(j)}(t) \quad (34)$$

$$\mathbf{F}(t, \theta) = \sum_{j=0}^{k_R} \xi_j(\theta) \mathbf{f}^{(j)}(t) \quad (35)$$

式中,  $\xi_j(\theta)$  是具有正交性的标准高斯随机变量. 将式 (32) 和式 (33) 代入式 (31), 可求出不确定性结构的外载荷的均值和方差

$$\text{mean}_{\mathbf{F}(t, \theta)} = \mathbf{f}^{(0)}(t) \quad (36)$$

$$\text{Var}_{\mathbf{F}(t, \theta)} = \sum_{j=0}^{k_R} (\mathbf{f}^{(j)}(t))^2 \quad (37)$$

Schoefs 等 (2011) 利用多项式混沌展开方法估计出近海平台的系统参数变化特性, 进而识别出作用在近海平台上的周期性潮汐载荷, 其中系统参数是利用最大似然法来估计的. Batou 等 (2009a, 2009b) 提出了动载荷识别的非参数法, 并用来识别作用在非线性结构上的随机动载荷, 他首先通过参考计算模型和最大似然法来估计带有不确定性参数的概率模型, 然后通过随机矩阵谱密度函数来定义随机动载荷, 利用所识别出的概率模型与结构的振动响应来识别随机动载荷中所含的随机矩阵谱密度函数的均值与分散参数, 进而识别出作用在非线性结构上的随机动载荷. 最后通过压水反应堆的载荷测试数据验证了该方法的可行性. 为了研究频响函数误差对动载荷识别的影响, Zhang 等 (2012) 建立了同时考虑频响函数误差和响应误差的动载荷识别模型

$$\mathbf{Y}(\omega) = \mathbf{H}(\omega)\mathbf{F}(\omega) + \delta_{\mathbf{H}}(\omega)\mathbf{F}(\omega) + \mathbf{N}(\omega) \quad (38)$$

式中, 摄动量  $\delta_{\mathbf{H}}(\omega)$  表示模型的不确定性,  $\delta_{\mathbf{H}}(\omega)\mathbf{H}(\omega)$  为模型误差传播项,  $\mathbf{N}(\omega)$  为测量噪声, 且测量噪声的第  $k$  分量  $N_k(\omega) \sim N_c(0, \sigma_{\mathbf{N}}^2)$ ,  $N_c$  为圆正态分布,  $\sigma_{\mathbf{N}}^2$  是待定的超参数. 由于模型误差传播项  $\delta_{\mathbf{H}}(\omega)\mathbf{H}(\omega)$  要比测量噪声小很多, 所以动响应  $\mathbf{Y}(\omega)$  的概率密度函数和测量噪声的概率密度函数一样, 不会发生改变, 但方差  $\sigma_{\mathbf{N}}^2$  会发生轻微的变动. 所以动响应的似然函数可以表示为

$$p([\mathbf{Y}|\mathbf{F}, \sigma_{\mathbf{N}}^{-2}) = \prod_{k=1}^{n_s} p(\mathbf{Y}_k|\mathbf{F}, \sigma_{\mathbf{N}}^{-2}) \quad (39)$$

式中,  $p(\mathbf{Y}_k|\mathbf{F}, \sigma_{\mathbf{N}}^{-2}) \propto \sigma_{\mathbf{N}}^{-2n_{\omega}} \exp(-(\mathbf{Y}_k - [\mathbf{H}_k]\mathbf{F})/\sigma_{\mathbf{N}}^{-2})$ . 由贝叶斯理论中的共轭先验分布可知

$$\mathbf{F} \sim N_c(\mathbf{F}_0, \overline{\mathbf{C}_{\mathbf{F}_0}}) \quad (40)$$

式中,  $\mathbf{F}_0$  和  $\overline{\mathbf{C}_{\mathbf{F}_0}}$  为动载荷  $\mathbf{F}$  的均值和方差. 从而可建立如下的层次贝叶斯模型

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{\mathbf{N}}^{-2} &\sim \Gamma(k_{\mathbf{N}}, \beta_{\mathbf{N}}) \\ \mathbf{F}_0(\omega_i) &\sim N_c(\mathbf{U}_0, \sigma_{\mathbf{U}_0}^2), \quad i = 1, 2, \dots, n_{\omega} \\ \sigma_{\mathbf{F}_0}^{-2} &\sim \Gamma(k_{\mathbf{F}}, \beta_{\mathbf{F}}) \end{aligned} \right\} \quad (41)$$

式中,  $k_{\mathbf{N}}, \beta_{\mathbf{N}}, \mathbf{U}_0, k_{\mathbf{F}}$  和  $\beta_{\mathbf{F}}$  分别为贝叶斯模型中的超参数.

为了能够识别出该模型中的超参数, 文中采用了马尔科夫链蒙特卡洛算法进行样本的采样, 最后利用贝叶斯公式求出动载荷  $\mathbf{F}$  的边缘后验分布  $\mathbf{p}$

$$\mathbf{p}(\mathbf{F}|\mathbf{D}) \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}(\mathbf{F}|\mathbf{F}_0(i), \overline{\mathbf{C}_{\mathbf{F}_0}^{-1}(i)}, \sigma_{\mathbf{N}}^{-2}(i), \mathbf{D}) \quad (42)$$

为了验证方法的实用性, 文中利用该方法进行了冲击载荷识别实验, 实验结果表明, 文中所提出的贝叶斯方法识别出的动载荷信息要比用其他确定性方法识别出的动

载荷信息更完备. Sun 等 (2014) 综合利用蒙特卡洛模拟方法和有限元法识别了不确定性结构上的冲击载荷, 其中结构的不确定性是由材料的不确定性引起的. 文中首先通过回归分析挑选出结构中主要的不确定性结构参数, 然后通过遗传算法对主要的不确定性结构参数进行参数更新, 得到更新后的有限元模型, 最后利用多项式拟合方法识别出冲击载荷的时间历程.

人们在研究的过程中发现, 在不确定性结构的动载荷识别方法中, 往往需要事先假定结构中的不确定因素是满足某种概率分布的随机变量或者随机过程. 然而工程中很多结构存在的不确定性参数的概率分布函数是无从知晓的, 所以这种分布假设实际上是不能成立的, 即便可以通过大数定理或者最大熵原理来确定它们的概率分布函数, 也只是一种近似的分布, 而这种近似分布的精度也是值得认真考虑的, 因为结构不确定性因素的样本数据的大小在很大程度上会影响到该概率分布的假设, 这些局限性在一定程度上也影响了该方法的发展. 为了克服上述方法的局限性, 近年来人们开始应用另外一种描述不确定性的数学模型——区间模型来进行不确定性结构的动载荷识别.

#### 4.2 区间模型

区间分析方法是近些年来发展起来的一个数学分支, 区间模型就是用区间变量来表示不确定性变量, 利用区间分析方法来研究结构不确定性现象的一种数学模型 (Ramon et al. 2009). 韩旭等 (2009) 在中国力学学会学术大会的计算力学进展分会场邀请报告中提出了不确定性结构的动态载荷识别方法. 他们认为当所研究的工程结构中存在不确定性参数时, 确定不确定性参数的界限要比确定其统计约束更容易, 因此基于这种类型的不确定性结构, 可以用区间变量来量化不确定参数, 建立起不确定性结构的区间模型, 然后利用区间分析方法确定动载荷的上下界. 王晓军等 (2011) 提出了基于格林函数的动载荷区间识别方法, 他将系统的位移响应表示成单位脉冲响应核函数与动载荷之间的卷积积分, 并在时域中将该卷积积分进行离散, 构造出包含结构不确定信息的区间线性方程组, 然后利用区间摄动法进行求解, 从而得到待识别动载荷的区间估计, 文中通过对一个十杆桁架结构和一个悬臂梁结构的动载荷识别算例来验证了该方法的可行性.

### 5 有待深入研究的课题

本文分别从确定性结构的动载荷识别方法及不确定性结构的动载荷识别方法的角度, 综述了近年来动载荷识别方法的研究进展, 重点介绍了各种方法的基本思想、研究结果及其优缺点. 纵观动载荷识别方法的研究现状, 可以看到, 动载荷识别领域还有以下几个方面需要深入开展研究.

### 5.1 确定性结构的动载荷识别方面

(1) 目前大部分的动载荷识别方法基本上是针对中、高频动载荷的, 却很难准确的识别出低频范围的动载荷 ( $< 50\text{ Hz}$ ), 而低频载荷在航空航天工程结构设计中具有至关重要的作用, 因此, 发展一种能够准确识别低频载荷的方法是非常必要的.

(2) 对于大规模复杂工程结构, 用直接正则化方法去解决这类大规模不适定问题时, 精度和稳定性难以保证, 迭代正则化方法虽然稳定性好, 但收敛速度太慢. 因此发展能够处理大规模不适定问题的高效正则化算法, 对于解决大型复杂结构的动载荷识别问题具有重要的工程应用价值.

(3) 目前关于分布随机动载荷, 如飞机抖振载荷的识别问题研究较少, 现有的方法也还不成熟, 仍存在许多尚未解决的问题, 因此, 需要进一步加强分布随机动载荷识别方法的研究.

### 5.2 不确定性结构的动载荷识别方面

(1) 随着科学技术的不断发展, 对不确定因素的考虑将会越来越多, 为了满足工程实际的需要, 发展出适用于复杂不确定结构的动载荷识别方法是非常重要的, 这也是最近几年动载荷识别方法研究领域的热点与难点.

(2) 工程实际中, 有很多结构具有强非线性, 很难建立其准确的数学模型. 基于人工智能的动载荷识别方法不需要知道结构准确的数学模型, 能够很好地解决不确定性非线性结构的动载荷识别问题, 但是每一种人工智能识别方法都有自身的优势和缺点, 为了能够提高动载荷识别的在线性和准确性, 将多种人工智能识别方法有效地结合起来, 进行不确定性非线性结构的动载荷识别, 也是工程结构动载荷识别研究领域将来发展的一个方向.

总之, 动载荷识别研究领域还有很大的发展空间, 研究具有适应性更广、更适合大型复杂结构动载荷识别的方法, 不仅是针对结构动力学反问题的学术研究课题, 也是工程结构设计的迫切需求.

**致谢** 高等学校学科创新引智计划资助项目 (B07050).

### 参 考 文 献

- 陈帅, 杨智春, 李斌, 党会学. 2012. 动载荷时域半解析识别方法. 振动与冲击, **31**: 99-104 (Chen S, Yang Z C, Li B, Dang H X. 2012. Semi-analytical method to identify dynamic load in time domain. *Journal of Vibration and Shock*, **31**: 99-104).
- 党会学. 2010. 漩涡破裂及垂尾抖振载荷减缓. [博士论文]. 西安: 西北工业大学 (Dang H X. 2010. Vortex breakdown and buffet load alleviation for vertical tail. [PhD Dissertation]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University).

- 董会丽. 2007. 基于 RBF 神经网络和遗传算法的复合材料层合板、壳载荷识别. [硕士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学 (Dong H L. 2007. Load identification for a composite laminated shell using radial base function neural network and genetic algorithm. [Master Thesis]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics).
- 窦春红, 林金山, 寇兴磊. 2007. 基于 BP 神经网络的海洋平台振动载荷识别. 石油矿场机械, **36**: 11-15 (Dou C H, Lin J S, Kou X L. 2007. Vibration load identification of offshore platform based on BP neural network. *Oil Field Equipment*, **36**: 11-15).
- 郭荣, 裘刻, 房怀庆, 于钦林. 2013. 频域传递路径分析方法 (TPA) 的研究进展. 振动与冲击, **32**: 49-55 (Guo R, Qiu S, Fang H Q, Yu Q L. 2013. Advance in studying on transfer path analysis methods in frequency domain. *Journal of Vibration and Shock*, **32**: 49-55).
- 韩旭, 刘杰, 姜潮. 2009. 不确定性结构的动态载荷识别. 见: 中国力学学会学术 2009 年论文摘要集 (Han Xu, Liu J, Jiang C. 2009. Dynamic load identification for structures with uncertainty. In: Abstracts of Chinese Conference of Theoretical and Applied Mechanics 2009).
- 贾有, 杨智春. 2013. 一种飞机垂尾抖振载荷识别的新方法. 航空学报, **34**: 2333-2340 (Jia Y, Yang Z C. 2013. A new approach to identify Buffet loads for aircraft vertical tail. *Acta Aeronautica ET Astronautica Sinica*, **34**: 2333-2340).
- 姜金辉, 陈国平, 张方. 2009. 多点平稳随机载荷识别方法研究. 振动工程学报, **4**: 162-167 (Jiang J H, Chen G P, Zhang F. 2009. Identification method of multi-point stationary random load. *Journal of Vibration Engineering*, **4**: 162-167).
- 姜金辉. 2010. 分布随机动载荷识别理论与方法. [博士学位论文]. 南京: 南京航空航天大学 (Jiang J H. 2010. Reconstruction of distributed random dynamic loads—Theory and methodology. [PhD Dissertation]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics).
- 李东升, 张莹, 任亮. 2011. 结构健康监测中的传感器布置方法及评价准则. 力学进展, **41**: 39-50 (Li D S, Zhang Y, Ren L. 2011. Sensor deployment for structural health monitoring and their evaluation. *Advances in Mechanics*, **41**: 39-50).
- 刘恒春, 朱德懋, 孙久厚. 1990. 振动载荷识别的奇异值分解法. 振动工程学报, **3**: 24-33 (Liu H C, Zhu D M, Sun J H. 1990. A singular value decomposition method for the identification vibration loads. *Journal of Vibration Engineering*, **3**: 24-33).
- 毛玉明, 陈建, 刘靖华. 2012. 考虑模型误差的动载荷反演问题研究. 振动与冲击, **31**: 16-19 (Mao Y M, Chen J, Liu J H. 2012. Dynamic loading estimation problem with structural model errors. *Journal of Vibration and Shock*, **31**: 16-19).
- 毛玉明, 郭杏林, 吕红彬. 2009. 动载荷反演问题的正则化求解. 见: 第 18 届全国结构工程学术会议论文集. No. I: 378-381 (Mao Y M, Guo X L, Li H B. Regularization solution to inverse problem of dynamic force identification. In: Proceedings of the 18th National Conference on Structural Engineering, No. I: 378-381).
- 梅立泉, 崔维庚. 2010. 面载荷识别的 TSVD 正则化方法. 应用力学学报, **27**: 140-144 (Mei L Q, Cui W G. 2010. TSVD regularization method for area load reconstruction. *Chinese Journal of Applied Mechanics*, **27**: 140-144).
- 瞿伟廉, 王锦文. 2004. 振动结构动态载荷识别综述. 华中科技大学学报 (城市科学版), **4**: 1-4 (Qu W L, Wang J W. 2004. Overview of dynamic loading identification for vibratory structure. *Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition)*, **4**: 1-4).
- 沙瑞华. 2005. 基于神经网络的水电机组动载荷识别研究. [硕士学位论文]. 大连: 大连理工大学 (Sha R H. 2005. Dynamic load identification for turbine generator set based on neural network. [Master Thesis]. Dalian: Dalian University of Technology).

- 田燕, 王菁, 郑海起. 2002. 多载荷识别频响函数矩阵求逆法的改进算法. 军械工程学院学报, **14**: 13-17 (Tian Y, Wang J, Zheng H Q. 2002. Improved algorithm of inverse matrix of frequency response function in multi-load identification. *Journal of Ordnance Engineering College*, **14**: 13-17).
- 王济江, 盛美萍, 刘彦森, 陈萍. 2008. 基于统计能量分析理论的结构载荷识别研究. 噪声控制, **32**: 77-80 (Wang J J, Sheng M P, Liu Y S, Chen P. 2008. application research on loading identification of structures by Statistical energy analysis method. *Noise Control*, **32**: 77-80).
- 王晓军, 杨海峰, 邱志平等. 2011. 基于 Green 函数的动态载荷区间识别方法研究. 固体力学学报, **32**: 95-101 (Wang X J, Yang H F, Qing Z P, et al. 2011. Research on interval identification method for dynamic loads based on Green's function. *Chinese Journal of Solid Mechanics*, **32**: 95-101).
- 吴天河, 罗兴隆. 2012. 超高层建筑的风载荷及风洞试验研究. 钢结构, **27**: 41-44 (Wu T H, Luo X L. 2012. Study on wind load and wind tunnel test of high-rise building. *Steel Construction*, **27**: 41-44).
- 薛永刚, 谢石林, 张希农. 2010. 复杂结构耦合系统的高频载荷识别. 噪声与振动控制, **2**: 96-98 (Xue Y G, Xie S L, Zhang X N. 2010. High-frequency load identification of complex structural coupling system. *Noise and Vibration Control*, **2**: 96-98).
- 杨智春, 陈帅, 金伟. 2012. 飞机垂尾抖振极限载荷预测方法. 振动与冲击, **31**: 1-4 (Yang Z C, Chen S, Jin W. 2012. Prediction of ultimate load for aircraft vertical tail buffeting. *Journal of Vibration and Shock*, **31**: 1-4).
- 张磊, 曹跃云, 杨自春, 何元安. 2014. 总体最小二乘正则化算法的载荷识别. 振动与冲击, **33**: 159-164 (Zhang L, Cao Y Y, Yang Z C, He Y A. 2014. Load identification using CG-TLS algorithm. *Journal of Vibration and Shock*, **33**: 159-164).
- 周盼, 张权, 率志君, 李玩幽. 2014. 动载荷识别时域方法的研究现状与发展趋势. 噪声与振动控制, **1**: 6-11 (Zhou P, Zhang Q, Shuai Z J, Li W Y. 2014. Review of research and development status of dynamic load identification in time domain. *Noise and Vibration Control*, **1**: 6-11).
- Al-Hamadi H M, Soliman S A. 2004. Short-term electric load forecasting based on Kalman filtering algorithm with moving window weather and load model. *Electric Power Systems Research*, **68**: 47-59.
- Bartlett F D, Flannelly W G. 1979. Model verification of force determination for measuring vibratory loads. *Journal of the American Helicopter Society*, **24**: 10-18.
- Batou A, Soize C. 2009a. Identification of stochastic loads applied to a non-linear dynamical system using an uncertain computational model and experimental responses. *Computational Mechanics*, **43**: 559-571.
- Batou A, Soize C. 2009b. Experimental identification of turbulent fluid forces applied to fuel assemblies using an uncertain model and fretting-wear estimation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **23**: 2141-2153.
- Cao X, Sugiyama Y, Mitsui Y. 1998. Application of artificial neural networks to load identification. *Computers & Structures*, **69**: 63-78.
- Chen T C, Lee M H. 2008. Determination of moving tank and missile impact forces on a bridge structure. *Defense Science Journal*, **58**: 752-761.
- Fergyanto E, Gunawan. 2012. Levenberg-Marquardt iterative regularization for the pulse type impact-force reconstruction. *Journal of Sound and Vibration*, **331**: 5424-5434.
- Granger S, Perotin L. 1999. An inverse method for the identification of distributed random excitation acting on a vibrating structure. Part 1: Theory. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **13**: 53-65.
- Gupta D K, Dhingra A K. 2013. Input load identification from optimally placed strain gages using D-optimal design and model reduction. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **40**: 556-570.
- Hansen M, Starkey J M. 1990. On predicting and improving the condition of modal-model-based indirect

- force measurement algorithms. In: Proceedings of the 8th International Modal Analysis Conference, Kissimmee, FL, 115-120.
- Hansen P C. 1998. Rank-deficient and discrete ill-posed problems: Numerical aspects of linear inversion. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics, 19-172.
- Hansen P C. 1994. Regularization tools: A Matlab package for analysis and solution of discrete ill-posed programs. *Numerical Algorithms* **6**: 1-35.
- Hosseini Fouladi M, Nor M, Jailani M, Kamal Ariffin A, Abdullah S. 2009. Inverse combustion force estimation based on response measurements outside the combustion chamber and signal processing. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **23**: 2519-2537.
- Huang C H. 2001. A non-linear inverse vibration problem of estimating the external forces for a system with displacement-dependent parameters. *Journal of Sound and Vibration*, **248**: 789-807.
- Huang C H. 2005. A nonlinear inverse problem in estimating simultaneously the external forces for a vibration system with displacement-dependent parameters. *Journal of the Franklin Institute*, **342**: 793-813.
- Huang C H, Shih C C, Kim S. 2009. An inverse vibration problem in estimating the spatial and temporal-dependent external forces for cutting tools. *Applied Mathematical Modelling*, **33**: 2683-2698.
- Hwang J S, Kareem A, Kim W J. 2009. Estimation of modal loads using structural response. *Journal of Sound and Vibration*, **326**: 522-539.
- Jacquelin E, Bennani A, Hamelin P. 2003. Force reconstruction: Analysis and regularization of a deconvolution problem. *Journal of Sound and Vibration*, **265**: 81-107.
- Jia Y, Yang Z C, Song Q Z. 2015. Experimental study of random dynamic loads identification based on weighted regularization method. *Journal of Sound and Vibration*, **342**: 113-123.
- Jiang X Q, Hu H Y. 2008. Reconstruction of distributed dynamic loads on an Euler beam via mode-selection and consistent spatial expression. *Journal of Sound and Vibration*, **316**: 122-136.
- Karlsson S E S. 1996. Identification of external structural loads from measured harmonic responses, *Journal of Sound and Vibration*, **196**: 59-74.
- Law S S, Chan T H T, Zeng Q H. 1997. Moving force identification: A time domain method. *Journal of Sound and Vibration*, **201**: 1-22.
- Law S S, Wu S Q, Shi Z Y. 2008. Moving load and prestress identification using wavelet-based method. *Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME*, **75**: 1-7.
- Leclere Q, Pezerat P, Laulagnet B, Polac L. 2005. Indirect measurement of main bearing loads in an operating diesel engine. *Journal of Sound and Vibration*, **286**: 342-361.
- Lee M H, Chen T C. 2010. Intelligent fuzzy weighted input estimation method for the input force on the plate structure. *Structural Engineering and Mechanics*, **34**: 1-14.
- Lee M H, Chen T C. 2011. Intelligent fuzzy weighted input estimation method for the forces generated by an operating rotating machine. *Measurement*, **44**: 917-926.
- Levenberg K. 1944. A method for the solution of certain non-linear problems in least squares. *Quarterly of Applied Mathematics*, **2**: 164-168.
- Li Z, Feng Z P, Chu F L. 2014. A load identification method based on wavelet multi-resolution analysis. *Journal of Sound and Vibration*, **333**: 381-391.
- Lifschitz L A, D'Attellis C E. 2005. Input force reconstruction using wavelets with applications to a pulsed plasma thruster. *Mathematical and Computer Modeling*, **41**: 361-369.

- Lin D C. 2012. Adaptive weighting input estimation for nonlinear systems. *International Journal of Systems Science*, **43**: 31-40.
- Lin D C. 2010. Input estimation for nonlinear systems. *Inverse Problems in Science and Engineering*, **18**: 673-689.
- Lin J H, Howson W P, Williams F W. 2001. Computer simulation of structural random loading identification. *Computers and Structures*, **79**: 375-387.
- Liu Y, Shepard Jr W S. 2005. Dynamic force identification based on enhanced least squares and total least-squares schemes in the frequency domain. *Journal of Sound and Vibration*, **282**: 37-60.
- Liu Y, Shepard Jr W S. 2006. An improved method for the reconstruction of a distributed force acting on a vibrating structure. *Journal of Sound and Vibration*, **291**: 369-387.
- Lourens E, Reynders E, Roeck G D, et al. 2012. An augmented Kalman filter for force identification in structural dynamics. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **27**: 446-460.
- Ma C K, Chang J M, Lin D C. 2003. Input forces estimation of beam structures by an inverse method. *Journal of Sound and Vibration*, **259**: 387-407.
- Ma C K, Ho C C. 2004. An inverse method for the estimation of input forces acting on non-linear structural systems. *Journal of Sound and Vibration*, **275**: 953-971.
- Marquardt D W. 1963. An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. *Journal of the Society for Industrial & Applied Mathematics*, **11**: 431-441.
- Mao B Y, Xie S L, Xu M L, Zhang X N. 2014. Simulated and experimental studies on identification of impact load with the transient statistical energy analysis method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **35**: 291-306.
- Naets F, Cuadrado J, Desmet W. 2014. Stable force identification in structural dynamics using Kalman filtering and dummy-measurements. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **42**: 1-14.
- Nordberg T P, Gustafson I. 2006. Using QR factorization and SVD to solve input estimation Problems in structural dynamics. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, **195**: 5891-5908.
- O'Callahan J, Piergentili F. 1996. Force estimation using operational data. In: Proceedings of the 14th International Modal Analysis Conference (IMAC). XIV, USA, 1586-1592.
- Okubo N, Tanabe S, Tatsuno T. 1985. Identification of forces generated by a machine under operating condition. In: Proceedings of the 3rd International Modal Analysis Conference (IMAC). Orlando, FL, 920-927.
- Presezniak F, Zavala P A, Steenackers G, et al. 2012. Acoustic source identification using a generalized weighted inverse beamforming technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **32**: 349-358.
- Ramon E, Moore R, Baker K, Michael J C. 2009. Introduction to interval analysis. Philadelphia: Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Sanchez J, Benaroya H. 2014. Review of force reconstruction techniques, *Journal of Sound and Vibration*, **333**: 2999-3018.
- Schoefs F, Yáñez-Godoy H, Lanata F. 2011. Polynomial chaos representation for identification of mechanical characteristics of instrumented structures. *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **26**: 173-189.
- Sehlstedt N, Dalenbring M. 2005. Experimental force estimation in a constrained vibrating structure using modal-based methods. *Journal of Sound and Vibration*, **280**: 41-61.
- Sofyan E, Trivailo P M. 2000. Solving aerodynamic load inverse problems using a hybrid FEM-artificial intelligence. In: Proc. of Australasian Matlab Users Conference 2000.



- Sun R J, Chen G P, He H, et al. 2014. The impact force identification of composite stiffened panels under material uncertainty. *Finite Elements in Analysis and Design*, **81**: 38-47.
- Thite A N, Thompson D J. 2006. Selection of response measurement locations to improve inverse force determination. *Applied Acoustics*, **67**: 797-818.
- Tikhonov A N, Arsenin V Y. 1977. *Solutions of Ill-posed Problems*. Winston and Sons, Washington.
- Trivailo P M, Carn C L. 2006. The inverse determination of aerodynamic loading from structural response data using neural networks. *Inverse Problem in Science and Engineering*, **4**: 379-395.
- Uhl T. 2007. The inverse identification problem and its technical application. *Archive of Applied Mechanics*, **77**: 325-337.
- Wang B T. 2002. Prediction of impact and harmonic forces acting on arbitrary structures: theoretical formulation. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **16**: 935-953.
- Wang J, Law S S, Yang Q S. 2013. Sensor placement methods for an improved force identification in state space. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **41**: 254-267.
- Wang L J, Han X, Liu J. 2011. An improved iteration method and application to reconstruction of dynamic loads on a plate. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **235**: 4083-4094.
- Wu S Q, Law S S. 2012. Statistical moving load identification including uncertainty. *Probabilistic Engineering Mechanics*, **29**: 70-78.
- Xie S L, Zhang Y H, Xie Q. 2013. Identification of high frequency loads using statistical energy analysis method. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **35**: 291-306.
- Yu L, Chan T H. 2007. Recent research on identification of moving loads on bridges. *Journal of Sound and Vibration*, **305**: 3-27.
- Yu L, Chan T H T. 2003. Moving force identification based on the frequency-time domain method. *Journal of Sound and Vibration*, **261**: 329-349.
- Zhang E, Antoni J, Feissel P. 2012. Bayesian force reconstruction with an uncertain model. *Journal of Sound and Vibration*, **331**: 798-814.
- Zheng S F, Zhou L, Lian X M, Li K Q. 2011. Technical note: Coherence analysis of the transfer functions for dynamic force identification. *Mechanical Systems and Signal Processing*, **25**: 2229-2240.

(责任编辑: 戴兰宏)

## The identification of dynamic loads

YANG Zhichun<sup>†</sup> JIA You

Institute of Structural Dynamics and Control, School of Aeronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China

**Abstract** Dynamic load is the basis for evaluating the vibration fatigue properties of engineering structures. In most cases, it is difficult to directly measure the external dynamic loads acting on a vibrating structure. Thus research on the dynamic load identification methods plays an important role in many engineering fields. In this paper, we first summarize the basic principles of dynamic load identification. We classify the dynamic load identification methods into two categories, i.e., those for deterministic structures and those for structures with uncertainties. Then we review the advances in the study of dynamic load identification methods for these two kinds of structures achieved in recent years, respectively. Some open problems and future research topics on dynamic load identification are discussed.

**Keywords** dynamic load identification, regularization, Karman filter, artificial intelligence, uncertainty



杨智春, 男, 博士, 教授, 固体力学博士生导师, 1992 年在西北工业大学获得博士学位; 于 1987 年在西北工业大学任教至今, 现任西北工业大学航空学院院长. 中国力学学会理事, 中国振动工程学会常务理事. 先后到美国杜克大学、日本东京理科大学、德国萨尔大学、法国 INSA 里昂分校、香港理工大学进行学术访问. 2004 年入选新世纪优秀人才支持计划. 一直从事气动弹性力学、结构动力学与控制、智能结构与结构健康监测的研究工作, 主持完成多项国家自然科学基金项目、863 项目、教育部博士点基金项目、航空科学基金项目、国际合作项目、国防预研基金项目、国防预研项目以及型号科研合同项目的研究工作. 在国内外学术刊物和会议上发表论文 300 余篇. 合作出版专著 1 部、译著 2 部、教材 1 部.

Received: 10 July 2014; accepted: 6 February 2015; online: 10 February 2015

<sup>†</sup> E-mail: yangzc@nwpu.edu.cn

Cite as: Yang Z C, Jia Y. The identification of dynamic loads.

*Advances in Mechanics*, 2015, 45: 201502

© 2015 *Advances in Mechanics*.