时滞反馈控制的若干问题*

蔡国平† 陈龙祥

上海交通大学工程力学系, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240

摘 要 近几十年来, 时滞系统动力学的研究得到了众多学者的大量关注, 研究者在时滞系统的稳定性、非线性、辨识、时滞消除与利用技术等方面做了大量研究, 取得了许多成果. 本文主要介绍作者十多年来在时滞系统动力学方面的研究成果, 包括时滞辨识、两种基于时滞方程的控制律的设计方法、时滞鲁棒控制律的设计、时滞正反馈控制技术、非线性结构时滞控制律的设计、时滞实验等内容.

关键词 时滞反馈控制, 研究进展

中图分类号: O328, TP13 **文献标识码**: A **文章编号**: DOI: 10.6052/1000-0992-12-014

1 引 言

主动控制系统中不可避免地存在着时滞现象, 传感器信号的采集和传输、控制器的计算、作动器的作动过程等, 都会导致最终作用于结构的控制力产生时滞. 以往人们为了理论分析和控制设计上的方便, 总是忽略时滞, 但即使是小时滞量也会导致在系统不需要能量时作动器向系统输入能量, 有可能引起控制效率的下降或控制系统失稳. 目前, 关于时滞问题的研究正在得到越来越多学者的大量关注, 众多学者在自动化、结构工程、力学、航空航天、生物、车辆等许多学科领域正在开展着大量的研究与探索. 关于时滞问题的研究进展, 可参阅综述文献 [1-5].

对于线性结构系统主动控制中的时滞问题, 目前人们已经提出了一些处理方法, 例如, 早期所提出了泰勒技术展开法[6]、移项技术[7]、状态预估法[8]等, 这3种方法在处理小时滞量问题上成效显著. 本文作者[9-10]近年来给出了一种直接通过时滞微分方程进行控制设计的方法, 该方法在时滞控制律的设计过程中无需作任何假设和近似处理, 因此不但可以处理小时滞量问题, 也可以处理大时滞量问题, 该方法的有效性在实验中得到了验证[11-16]. 考虑到实际工程中的时滞量大多为小时滞量问题, 并且有可能是时变的和不确定的, Zhao 等[16]研究了基于鲁棒控制设计方法所设计的时滞控制律对结构固有参数和时滞量的鲁棒性问题, 并且进行了实验验证; 另外赵童等[17]采用线性矩阵不等式讨论了已知控制律求解最大稳定时滞量和已知最大稳定时滞量求解 H_∞ 控制律两个问题, 并且进行了实验验证. 在时滞利用技术方面, 目前也有一些显著研究成果, 例如, Udwadia 等[18]研究了建筑结构主动控制中的时滞问题, 结果显示, 在系统中人为引入小时滞有助于改善系统的稳定性和动力学性能. Olgac 等[19-21]将时滞反馈控制引入到了动力吸振器的研究中, 提出了时滞线性动力吸振器, 随后赵艳影等[22-24]对时滞非线性动力吸振器进行了详细研究. Cavdaroglu 和 Olgac[25]以小车–钟摆系统为研究对象, 进行了时滞利用方面的理论和实验研究, 在系统中引入适当的时滞量能有效地增强系统的性能. Cai 和 Lim[26]针对柔性机械臂设计了一个时滞控制律, 仿真结果显示, 时滞反馈控制有可能取得比无时滞控制效果设计更好的控制效果. 在输液管动力学领域, 时滞可用于提高液体流动的临界速度[27]. 常规的主动控制是采用负反馈技术, 王在华等[28-29]详细研究了时滞状态正反馈在镇定系

收稿日期: 2012-02-21, 修回日期: 2012-03-23

* 国家自然科学基金重点项目 (11132001)、面上项目(11072146, 11002087, 11272202) 和教育部博士点基金 (20110073110008) 资助

† E-mail: caigp@sjtu.edu.cn

统不稳定运动和改善系统稳定性方面的作用, 为结构振动主动控制提供了一条新途径. 时滞还可用于改善动力系统的稳定性[30-31].

对于非线性系统, 研究者目前也已开展了一些时滞问题的研究工作, 例如, 在非线性动力学研究领域, 利用时滞进行混沌控制效果显著[32-33]. 在车辆系统动力学领域, 施继忠[34]研究了具有时间滞后的无限维非线性随机关联系统的稳定性, 并以所得到的稳定性判据为依据对两类自动化公路随机车辆纵向跟随系统的稳定性及其控制问题进行了研究. 在随机系统动力学领域, Liu 等[35]研究了拟可积哈密顿系统的时滞随机最优控制问题及其稳定性. Sun[36]基于严格的数学推导, 提出了研究时滞系统的连续时间近似法, 该方法能准确预测到大量的系统极点、参数空间中系统的稳定性及系统的时域高频响应, 可以应用于线性和非线性、确定性和随机系统的分析与控制设计. 在网络系统领域, 吴泉军[37]考虑了复杂多个体时滞网络系统的脉冲一致性问题, 应用推广的 Halanay 不等式提出了 3 种脉冲一致性协议, 并给出了相应的网络系统中所有节点达到一致的充要条件.

本文作者从事时滞系统动力学的研究十余年, 该文主要介绍作者在时滞系统动力学的研究进展, 以供读者参考.

2 时滞辨识

时滞辨识是时滞系统动力学的一个基本问题, 同时也是难点之一. 近些年来, 一些学者开始关注时滞辨识问题的研究, 并且给出一些处理方法. 例如, Verduyn-Lunel[38]对时滞系统的辨识性进行了研究, 指出了时滞辨识问题的复杂性; Orlov 等[39]基于 "多时滞方法" 进行时滞辨识的研究, 该方法利用 $N+1$ 个时滞 $\lambda_i = [\lambda_0 + (i\Delta/N)]$ 来辨识系统中存在的时滞量 $\lambda \in [\lambda_0, \lambda_0 + \Delta]$; Drakunov 等[40]基于变结构观测器对时滞系统进行辨识; 胡海岩[41]对具有不同位移和速度反馈时滞的单自由度系统进行了时滞参数辨识. 时滞辨识的另一类研究方法是采用优化算法, 将时滞辨识问题转化为一个优化问题进行研究. 例如, Gawthrop 等[42]采用最小二乘法进行时滞辨识, 但是该方法本质上是一种局部寻优算法, 会存在搜索区域的局部化; 张文丰和胡海岩[43]以方程残差作为目标函数, 运用基因遗传算法辨识受控系统的反馈时滞和物理参数; 潘峰等[44]利用遗传算法对时变时滞进行了研究; 王家祥等[45]利用神经网络辨识出非线性系统的滞后时间; 陈龙祥和蔡国平[46]以柔性梁为研究对象, 采用粒子群优化方法对单时滞和双时滞问题进行了辨识研究, 其中目标函数取为某一时间段系统的真实响应与预估响应之差的绝对值之和, 作动器采用压电片形式, 控制方法采用最优控制方法, 并且通过数值仿真验证所给方法的有效性.

值得说明的是, 目前关于时滞动力学问题的研究多数是在假定系统中的时滞量已知的前提下进行的, 避开了系统中的时滞量到底是多少这个基本问题. 时滞辨识问题的研究有其本身所固有的难度, 特别是在实验环节, 但是对该问题的研究显然具有重要的意义.

3 两种基于时滞方程的时滞控制律的设计方法[9-10]

我们前期曾经分别针对连续时间系统和离散时间系统给出了一个时滞控制律的设计方法, 这种方法的中心思想是将包含有时滞项的方程转化成形式上不包含有时滞项的形式.

假定使用 q 个作动器对 n 自由度系统进行控制, q 个作动器中存在大小为 τ_i 的时滞量 $(i = 1, 2, \cdots, q)$. 系统的时滞动力学方程可写为

$$\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{X}} + \boldsymbol{K}\boldsymbol{X} = \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{H}_i \boldsymbol{u}_i(t-\tau_i) + \boldsymbol{D}(t) \tag{1}$$

其中, $\boldsymbol{u}_i$ 为第 i 个作动器的控制力; $\boldsymbol{D}(t)$ 为外部激励列向量. 将上式转到状态空间, 有

$$\dot{\boldsymbol{Z}}(t) = \boldsymbol{A}\boldsymbol{Z}(t) + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{B}_i \boldsymbol{u}_i(t-\tau_i) + \bar{\boldsymbol{D}}(t) \tag{2}$$

其中, $\boldsymbol{Z}(t) = [\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t), \boldsymbol{X}^{\dot{\mathrm{T}}}(t)]^{\mathrm{T}}$. 假定在控制对象前有一零阶保持器, 即 $\boldsymbol{u}_i(t) = \boldsymbol{u}_i(k)$, $k\bar{T} \leqslant t < (k+1)\bar{T}$, 其中 k 代表第 k 步控制力, $\bar{T}$ 为数据采样周期. 实际上, 由于传感器的数据采样周期一般取得很小, 因此这种假定是合理的. 进而假定时滞量可描述为 $\tau_i = l_i\bar{T} - \bar{m}_i$, 其中 $l_i > 1$ 为任意正整数, $0 \leqslant \bar{m}_i < \bar{T}$. 孙增圻[47]发现, 当时滞量小于采样周期时, 时滞对控制效果的影响很小, 可以忽略不计, 时滞量大于采样周期时才会对控制性能造成影响.

对方程 (2) 进行离散化, 可得

$$\boldsymbol{Z}(k+1) = \boldsymbol{F}\boldsymbol{Z}(k) + \sum_{i=1}^{q} \boldsymbol{G}_i \boldsymbol{u}_i(k-l_i) + \bar{\boldsymbol{D}}(k) \tag{3}$$

如果在式 (3) 的状态变量中增加前若干步控制项，即

$$\left.\begin{aligned} &\boldsymbol{Z}_{2n+1}(k)=\boldsymbol{u}_1(k-l_1)\\ &\qquad\vdots\\ &\boldsymbol{Z}_{2n+l_1}(k)=\boldsymbol{u}_1(k-1)\\ &\qquad\vdots\\ &\boldsymbol{Z}_{2n+\sum\limits_{i=1}^{q-1}l_i+1}(k)=\boldsymbol{u}_q(k-l_q)\\ &\qquad\vdots\\ &\boldsymbol{Z}_{2n+\sum\limits_{i=1}^{q}l_i}(k)=\boldsymbol{u}_q(k-1) \end{aligned}\right\}\tag{4}$$

则式 (3) 可以写成如下标准离散状态方程形式

$$\bar{\boldsymbol{Z}}(k+1)=\bar{\boldsymbol{F}}\bar{\boldsymbol{Z}}(k)+\bar{\boldsymbol{G}}\boldsymbol{u}(k)+\hat{\boldsymbol{D}}(k)\tag{5}$$

式 (5) 为标准形式的离散状态方程，系统的稳定性可以针对式 (5) 进行判断，即当特征矩阵 $\bar{\boldsymbol{F}}$ 的特征根皆位于单位圆内时，系统是稳定的. 式 (5) 是标准形式的，这样所有离散形式的控制方法都可以针对式 (5) 进行控制律的设计. 由式 (4) 可以看出，在设计所得到的控制律的表达式中，不但包含当前步的状态反馈，还将包含前若干步控制量的线性组合. 关于以上离散形式的时滞问题处理方法的详细推导过程可参考文献 [9, 14, 47].

以上时滞问题处理方法是离散形式的，是通过状态变量的增广进行控制律的设计. 除了该方法，还可以进行连续时间形式的时滞控制律的设计，系统状态变量维数将保持不变. 为简化表达，假定控制系统中有两个作动器，这两个作动器存在不同的时滞量. 对式 (2) 进行如下积分变换

$$\begin{aligned} \boldsymbol{H}(t)=\boldsymbol{Z}(t)+\boldsymbol{\Gamma}_1(t)+\boldsymbol{\Gamma}_2(t)=&\\ \boldsymbol{Z}(t)+\int_{-\tau_1}^{0}\mathrm{e}^{-A(\eta+\tau_1)}\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}_1(t+\eta)\mathrm{d}(\eta)+&\\ \int_{-\tau_2}^{0}\mathrm{e}^{-A(\eta+\tau_2)}\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}_2(t+\eta)\mathrm{d}(\eta)& \end{aligned}\tag{6}$$

可以得到以下不显含时滞量的状态方程

$$\dot{\boldsymbol{H}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{H}(t)+\bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{U}(t)+\boldsymbol{D}(t)\tag{7}$$

其中，$\boldsymbol{U}(t)=[\boldsymbol{u}_1(t),\boldsymbol{u}_2(t)]^{\mathrm{T}}$，$\bar{\boldsymbol{B}}=[\mathrm{e}^{-A\tau_1}\boldsymbol{B}_1,\mathrm{e}^{-A\tau_2}\boldsymbol{B}_2]$，$\boldsymbol{\Gamma}_1(t)$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_2(t)$ 分别代表式 (7) 中的两项积分项. 式 (7) 是一个标准形式的状态方程，因此可以采用各种主动控制方法针对方式 (7) 进行控制律的设计. 设计所得出的控制律将是 $\boldsymbol{H}(t)$ 的函数，而 $\boldsymbol{H}(t)$ 的表达式中含有积分项 $\boldsymbol{\Gamma}_1(t)$ 和 $\boldsymbol{\Gamma}_2(t)$，这两项积分项为定积分形式，可以采用零阶保持器和将上下积分以采样周期为时间间隔进行离散化处理，详细处理过程可见文献 [10, 14, 15]. 同以上扩维形式的时滞问题处理方法，在采用式 (6) 的积分变换方法所得到的控制律中，也将不但包含有当前步的状态反馈，还包含有前若干步控制项的线性组合.

4　鲁棒时滞控制律的设计 [17]

考虑如下线性时滞系统

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{V}(t-\tau)\\ &\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_{12}\boldsymbol{V}(t-\tau)+\boldsymbol{D}_{11}\boldsymbol{w}(t) \end{aligned}\right\}\tag{8}$$

其中，$\boldsymbol{V}(t)$ 为控制力，τ 为时滞量. 假定控制系统中时滞量 τ 的范围为 $0\leqslant\tau\leqslant,\bar{\tau}$ 为时滞量上限. 向系统引入无记忆状态反馈 $\boldsymbol{V}(t)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)$，代入式 (8)，有

$$\left.\begin{aligned} &\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{w}(t)+\boldsymbol{B}_K\boldsymbol{x}(t-\tau)\\ &\boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}_1\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}_K\boldsymbol{x}(t-\tau)+\boldsymbol{D}_{11}\boldsymbol{w}(t) \end{aligned}\right\}\tag{9}$$

定理　给定 $\bar{\tau}$，如果存在具有适当维数的实矩阵 $\boldsymbol{P}>0$，$\boldsymbol{R}>0$，$\boldsymbol{Q}>0$，以及两个自由权矩阵 $\boldsymbol{N}_1$ 和 $\boldsymbol{N}_2$，使得以下矩阵不等式成立

$$\boldsymbol{\varXi}=\begin{bmatrix} \boldsymbol{\varXi}_{11} & \boldsymbol{\varXi}_{12} & \boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_1 & \bar{\tau}\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}} & \bar{\tau}\boldsymbol{N}_1 & \boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}}\\ & \boldsymbol{\varXi}_{22} & \boldsymbol{0} & \bar{\tau}\boldsymbol{B}_K^{\mathrm{T}} & \bar{\tau}\boldsymbol{N}_2 & \boldsymbol{D}_k^{\mathrm{T}}\\ & & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \bar{\tau}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{11}^{\mathrm{T}}\\ & & & -\bar{\tau}\boldsymbol{R}^{-1} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0}\\ & & & & -\bar{\tau}\boldsymbol{R} & \boldsymbol{0}\\ & & & & & -\boldsymbol{I} \end{bmatrix}<\boldsymbol{0}\tag{10}$$

其中，$\boldsymbol{\varXi}_{11}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{P}+\boldsymbol{Q}+\boldsymbol{N}_1+\boldsymbol{N}_1^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varXi}_{12}=\boldsymbol{P}\boldsymbol{B}_K-\boldsymbol{N}_1+\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\varXi}_{22}=-\boldsymbol{Q}-\boldsymbol{N}_2-\boldsymbol{N}_2^{\mathrm{T}}$，则闭环时滞系统 (9) 对所有满足 $0\leqslant\tau\leqslant\bar{\tau}$ 的时滞 τ 均是渐近稳定的，并且在零初始条件下具有 H_∞ 抑制水平 γ.

赵童等 [17] 给出了定理的详细证明过程. 对于一个线性控制系统，控制设计的最终目的在于设计反馈增益 $\boldsymbol{K}$，不同控制方法所得到的 $\boldsymbol{K}$ 是不同的，我们希望所设计的控制律应对外部扰动

和结构固有参数等具有强鲁棒性. 因此有如下问题值得考虑: 在无时滞情况下所设计的$\boldsymbol{K}$能在多大的时滞范围内适用? 当然, 我们希望这个范围应当尽可能地大. 赵童等[17]利用遗传算法与LMI的feasp函数求解$\boldsymbol{K}$已知情况下的最大稳定时滞量. 由于式(10)为非线性矩阵不等式, 无法直接使用Matlab的LMI工具箱进行求解, 赵童等[17]采用参数调节法, 引入可调节参数λ和ρ对式(10)进行合同变换, 得到一个与式(10)等价的新矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \boldsymbol{B}_1 & \omega_{13} & \boldsymbol{0} & \bar{\boldsymbol{P}}\boldsymbol{C}_1^{\mathrm{T}} & \bar{\boldsymbol{P}} \\ & \omega_{22} & \boldsymbol{0} & \bar{\tau}\rho\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}} & \bar{\tau}\bar{\boldsymbol{R}} & \rho\boldsymbol{Y}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}_{12}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \\ & & -\gamma^2\boldsymbol{I} & \bar{\tau}\boldsymbol{B}_1^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{D}_{11}^{\mathrm{T}} & \boldsymbol{0} \\ & & & -\bar{\tau}\bar{\boldsymbol{R}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ & & & & -\bar{\tau}\bar{\boldsymbol{R}} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} \\ & & & & & -\boldsymbol{I} & \boldsymbol{0} \\ & & & & & & -\bar{\boldsymbol{Q}} \end{bmatrix} < \boldsymbol{0} \tag{11}$$

当给定λ和ρ, 且$\bar{\tau}$已知时, 这个新矩阵不等式为线性矩阵不等式, 从而可以用Matlab的LMI工具箱进行求解. 已知反馈增益$\boldsymbol{K}$, 当给定一组λ和ρ值时, 先假设一个很小的$\bar{\tau}$, 使用Matlab的LMI工具箱中的feasp函数对式(11)进行适应性验证, 如果(11)成立, 则增大$\bar{\tau}$, 再代回(11)中进行验证, 直到$\bar{\tau}$不能使得(11)成立为止, 由此确定对应于这组λ和ρ值的最大稳定时滞量. 然而, 如何选取λ和ρ值, 才能获得全局最优的最大稳定时滞量? 赵童等[17]采用遗传算法来选取λ和ρ的值, 目标函数为最大稳定时滞量$\bar{\tau}$, 优化问题如下所示

$$\max_{\lambda,\rho} \bar{\tau} \quad \text{subject to} \quad \text{LMI (36)} \tag{12}$$

假定反馈增益$\boldsymbol{K}$已经通过某一控制设计方法得到, 采用遗传算法随机产生一组λ和ρ的值, 随后这组值随着目标函数(12)而不断进行衍化, 最终求得最大稳定时滞量$\bar{\tau}$.

下面考虑已知时滞量上限$\bar{\tau}$, 求解H_∞控制律. 假设系统的最大稳定时滞量$\bar{\tau}$已知, 如果给定λ和ρ, 则矩阵不等式(11)为线性矩阵不等式, 因此可以采用Matlab的LMI工具箱中的mincx函数进行控制律$\boldsymbol{K}$的求解. 我们考虑如下问题: 如何选取λ和ρ, 才能够使得所求得的$\boldsymbol{K}$能够取得更好的H_∞性能? 赵童等[17]使用遗传算法对λ和ρ的值进行优化, 目标是使得线性矩阵不等式(11)的H_∞性能指标γ尽可能小, 优化问题描述所示

$$\min_{\lambda,\rho} \gamma \quad \text{subject to} \quad \text{LMI (11)} \tag{13}$$

在得到最优个体λ和ρ后, 代回LMI (11)中, 从而获得H_∞性能最优的控制律$\boldsymbol{K}'$ [17].

5 时滞正反馈控制设计[48]

常规的控制设计是采用负反馈技术, 本质上讲是为了增大系统的主动刚度与阻尼, 正反馈只会导致系统性能变差. 但是如果在控制反馈环节加入合适的时滞量, 那么正反馈未必使得系统稳定性变差, 反而有可能取得好的控制效果. 王在华等[28]以具有负阻尼的线性振动系统为例, 详细探讨了时滞状态正反馈在镇定系统不稳定运动和改善系统稳定性方面的作用, 并通过引入Lambert W函数计算时滞正反馈闭环系统的最大实部特征根, 确定系统稳定性强弱[29]. 以下以柔性梁为对象阐述时滞正反馈控制技术.

考虑对梁的前r_1阶模态进行控制, 模态方程可表达为

$$\ddot{\boldsymbol{\Phi}}(t) + \boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{\Phi}}(t) + \boldsymbol{K}\boldsymbol{\Phi}(t) = \sum_{j=1}^{r_1} \boldsymbol{H}_j V_j(t) \tag{14}$$

其中, $V_j(t)$为控制项. 写成状态方程形式, 有

$$\dot{\boldsymbol{Z}}(t) = \bar{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{Z}(t) + \bar{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{V}(t) \tag{15}$$

其中, $\boldsymbol{Z}(t) = [\boldsymbol{\Phi}^{\mathrm{T}}(t) \quad \dot{\boldsymbol{\Phi}}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$. 如果采用负反馈技术, 控制律可表示为$\boldsymbol{V}(t) = -\boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}(t)$, 其中$\boldsymbol{L}$为控制反馈增益, 例如可以采用经典的LQR方法获得. 在控制律表达式中去掉负号, 得到正反馈控制律$\boldsymbol{V}(t) = \boldsymbol{L}\boldsymbol{Z}(t)$.

在反馈状态向量中考虑时滞τ_j, 则梁的第i阶

模态方程可写成

$$\begin{aligned}&\ddot{\phi}_i(t)+2\zeta_i\omega_i\dot{\phi}_i(t)+\omega_i^2\phi_i(t)=\\&\qquad\sum_{j=1}^{r_1}[L_{ji}\phi_i(t-\tau_j)+L_{j(r_1+i)}\dot{\phi}_i(t-\tau_j)]\end{aligned}\tag{16}$$

式 (16) 中等号右边为主动控制项, L_{ji} 和 $L_{j(r_1+i)}$ 分别为反馈增益 $\boldsymbol{L}$ 中与第 i 阶模态坐标相对应的增益项. 通过 Laplace 变换, 可得到系统特征方程为

$$\begin{aligned}P(s)=&\,s^2+2\zeta_i\omega_i s+\omega_i^2-\\&\sum_{j=1}^{r_1}[L_{ji}\mathrm{e}^{-s\tau_j}+sL_{j(r_1+i)}\mathrm{e}^{-s\tau_j}]\end{aligned}\tag{17}$$

由于控制项中引入了时滞, 使式 (17) 中含有指数项, 特征方程为非线性的超越方程, 方程的解为无穷多个. 定义 α_0 为

$$\alpha_0=\max\{\mathrm{Re}(s):P(s)=0\}\tag{18}$$

式中, $\mathrm{Re}(s)$ 表示特征根 s 的实部. 对式 (16) 中特定的时滞量 τ_j, 若使式 (18) 中 $\alpha_0<0$, 即表示特征式 (17) 的所有特征根的实部均小于 0, 则如式 (16) 所示的系统在施加时滞正反馈控制后可以保持镇定. 式 (17) 所示的特征方程没有解析解, 只能通过数值方法求得特征根的数值解, 可以通过调用 Matlab 的 DDE-BIFTOOL 工具箱求得最大实部特征根随时滞量的变化曲线 [48]. 选取合适的时滞量 τ_j 后, 则时滞正反馈最优控制电压可表示为

$$\boldsymbol{V}(t)=\boldsymbol{LZ}(t-\tau_j)\tag{19}$$

6　非线性时滞控制律的设计 [49]

结构的非线性常常表现为刚度非线性, 可以采用 Bouc–Wen、双线性和三线性等滞回模型对刚度非线性进行描述. 下面以建筑结构为对象, 介绍我们关于非线性时滞控制的研究工作.

考虑具有叠层橡胶基础的 n 自由度建筑结构, 在结构中安装有主动质量阻尼器 (ATMD), 以对结构的振动进行控制. 建筑结构受到水平方向的地震作用 $\ddot{X}_g(t)$. 假设控制力存在时滞 τ, 系统运动方程可写为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{M}\ddot{\boldsymbol{X}}(t)+\boldsymbol{C}\dot{\boldsymbol{X}}(t)+\boldsymbol{F}_k[\boldsymbol{X}(t)]=\\&\qquad-\boldsymbol{M}_0\ddot{X}_g(t)+\boldsymbol{H}\bar{U}(t-\tau)\end{aligned}\tag{20}$$

式中, $\boldsymbol{X}=[x_d,x_b,x_1,x_2,\cdots,x_n]^{\mathrm{T}}$ 为结构层间位移列向量, x_d 和 x_b 分别为 ATMD 和叠层橡胶基础隔震层的位移坐标, $x_1\sim x_n$ 为建筑结构各层的层间位移坐标; $\bar{U}(t-\tau)$ 为主动控制力; $\boldsymbol{F}_k[\boldsymbol{X}(t)]$ 为恢复力矩阵, 可表示为

$$\boldsymbol{F}_k[\boldsymbol{X}(t)]=\boldsymbol{K}_1\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{K}_2\boldsymbol{V}(t)\tag{21}$$

其中, $\boldsymbol{K}_1$ 为系统的线弹性刚度矩阵, $\boldsymbol{K}_2$ 为描述结构各层滞回特性部分的刚度矩阵, $\boldsymbol{V}=[\boldsymbol{v}_d,\boldsymbol{v}_b,\boldsymbol{v}_1,\boldsymbol{v}_2,\cdots,\boldsymbol{v}_n]^{\mathrm{T}}$ 为描述结构各层滞回特性的无量纲列向量, 向量 $\dot{\boldsymbol{V}}$ 的第 i 个元素 $\dot{v}_i$ 可以采用 Bouc–Wen 模型描述为

$$\begin{aligned}\dot{\boldsymbol{v}}_i=&\,\boldsymbol{f}(\dot{x}_i,\boldsymbol{v}_i)=\boldsymbol{D}_i^{-1}(\bar{a}_i\dot{x}_i-\\&\beta_i\mid\dot{x}_i\parallel\boldsymbol{v}_i\mid^{\bar{n}_i-1}\boldsymbol{v}_i-\gamma_i\dot{x}_i\mid\boldsymbol{v}_i\mid^{\bar{n}_i})\end{aligned}\tag{22}$$

写成矩阵函数形式, 有 $\dot{\boldsymbol{V}}=\boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{X}},\boldsymbol{V})$. 将式 (20) 转到状态空间, 有

$$\dot{\boldsymbol{Z}}(t)=\boldsymbol{AZ}(t)+\boldsymbol{W}\ddot{\boldsymbol{X}}_g(t)+\boldsymbol{B}\bar{\boldsymbol{U}}(t-\tau)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{V}(t)\tag{23}$$

式中, $\boldsymbol{Z}(t)=[\boldsymbol{X}^{\mathrm{T}}(t)\ \ \dot{\boldsymbol{X}}^{\mathrm{T}}(t)]^{\mathrm{T}}$.

对状态式 (23) 进行类似式 (6) 所示的积分变换, 可得

$$\dot{\bar{\boldsymbol{H}}}(t)=\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{H}}(t)+\boldsymbol{W}\ddot{\boldsymbol{X}}_g(t)+\bar{\boldsymbol{B}}\bar{\boldsymbol{U}}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{V}(t)\tag{24}$$

其中, $\bar{\boldsymbol{B}}=\mathrm{e}^{-\boldsymbol{A}\tau}\boldsymbol{B}$. 对式 (24) 再取扩展状态向量 $\tilde{\boldsymbol{H}}(t)=\begin{bmatrix}\bar{\boldsymbol{H}}\\\boldsymbol{V}\end{bmatrix}$, 则式 (24) 可表示为

$$\dot{\tilde{\boldsymbol{H}}}(t)=\boldsymbol{g}'[\tilde{\boldsymbol{H}}(t)]+\tilde{\boldsymbol{W}}\ddot{\boldsymbol{X}}_g(t)+\tilde{\boldsymbol{B}}\bar{\boldsymbol{U}}(t)\tag{25}$$

式中, $\boldsymbol{g}'[\tilde{\boldsymbol{H}}(t)]$ 可表示为

$$\boldsymbol{g}'[\tilde{\boldsymbol{H}}(t)]=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}\bar{\boldsymbol{H}}+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{V}\\\boldsymbol{f}(\dot{\boldsymbol{x}},\boldsymbol{V})\end{bmatrix}\tag{26}$$

式 (25) 为非线性状态方程, 形式上不包含有时滞项, 因此可以采用自动控制领域中的非线性控制策略进行控制律的设计. Liu 等 [49] 采用瞬时最优控制方法进行了时滞控制律的设计研究.

7　时滞实验

目前人们在时滞系统动力学方面开展了大量的研究工作, 取得了许多成果, 但是在时滞实验方面的研究十分有限. 近年来, 我们以柔性梁、柔性板、柔性机械臂为对象, 开展了一些时滞问题的实验研究, 下面简单介绍这些时滞实验.

7.1 两种基于时滞方程的控制律的设计方法的实验 [11-16]

实验系统是基于TMS320F2812数字处理芯片(DSP)进行构建的, 详细流程和信号处理过程可参考文献[11-17]. 位移信号可以通过传感器测量获得, 速度信号则是通过微分滤波器得出. 第3节中的离散形式的时滞问题处理方法的时滞实验可参考文献[12-15], 连续时间形式的时滞实验可参考文献[11-12, 14, 16].

文献[14-15]中，给出了柔性梁的时滞实验, 分别考虑了单时滞和双时滞情况, 时滞问题处理方法是离散时间形式的. 梁为铝合金材质. 在实验中采用应变片做传感器, 压电片做作动器. 控制律的设计分别采用了离散最优控制方法和离散变结构控制方法. 振动形式分别考虑了自由振动和强迫振动. 仿真与实验结果显示出, 时滞控制律能够有效地抑制梁的弹性振动, 不但可以处理小时滞量问题, 也能处理大时滞量问题.

文献[13-14]中, 给出了柔性板的单时滞和双时滞实验, 时滞处理方法采用离散时间形式, 控制方法采用离散最优控制方法. 板为铝合金材质. 在实验中使用压电片为作动器, 应变片为传感器, 传感器和作动器的优化位置采用粒子群优化方法进行确定. 数值仿真与实验验证了所提时滞控制律的有效性.

文献[11, 14]给出了柔性机械臂系统的时滞实验, 时滞处理方法是连续时间形式的, 控制方法采用最优跟踪控制方法. 控制设计要求机械臂在1 s时间到达180° 的指定位置, 并且抑制机械臂的弹性振动. 关节扭矩用于系统大范围的运动控制, 机械臂末端粘贴有一片压电作动器, 用于机械臂的弹性振动控制. 实验中分别考虑以下3种情况：(1) 仅使用电机控制, 电机扭矩存在时滞; (2) 使用电机和压电片同时对柔性机械臂进行控制，仅压电片中存在时滞; (3) 使用电机和压电片同时对柔性机械臂进行控制, 电机和压电片中存在不同的时滞量. 仿真和实验结果显示出, 时滞控制律能够使得系统到达所要求的位置, 并能有效地抑制柔性梁的振动.

文献[16]以柔性板为对象, 开展了时滞控制律参数鲁棒控制的实验研究, 考虑了单时滞和双时滞情况, 时滞处理方法采用连续时间形式, 控制方法采用鲁棒控制方法. 板为环氧树脂材料. 在实验中使用压电材料做传感器和作动器. 通过数值仿真与实验详细讨论了基于鲁棒控制方法所设计的时滞控制律对结构固有参数和时滞量不确定性的鲁棒性问题.

7.2 时滞鲁棒控制设计实验 [17]

文献[17]中, 采用第4节中的方法给出了柔性板的时滞鲁棒控制的实验研究. 板材质为环氧树脂材质. 实验中, 采用压电片做传感器和作动器. 首先考虑了控制律已知情况下的系统最大稳定时滞量的确定问题. 采用经典的LQR方法设计控制律, 以得出反馈增益$\boldsymbol{K}$. 对于此控制律, 采用文献[17]中的方法可计算出最大稳定时滞量$\bar{\tau}$, 即当控制系统中的真实时滞量位于区间$[0,\bar{\tau}]$时, $\boldsymbol{K}$都能够使得系统镇定. 当时滞量超出该区间时, 主动控制失效. 然后考虑了鲁棒H_∞控制问题. 在已知最大稳定时滞量上限$\bar{\tau}$的情况下, 采用文献[17]中的方法计算最优反馈增益$\boldsymbol{K}'$, 仿真与实验结果可显示出$\boldsymbol{K}'$的控制效果优于$\boldsymbol{K}$; 但是当时滞量超出最大稳定时滞量时, 两个反馈增益都失效.

7.3 时滞正反馈控制实验 [18]

文献[48]中, 以柔性梁为对象开展了时滞正反馈的实验研究. 实验中, 采用压电片做为作动器和应变片做传感器. 采用最优控制方法计算控制反馈增益. 分别考虑如下3种工况：位移反馈, 速度反馈, 位移和速度反馈. 通过数值仿真给出了3种工况下的最大实部特征根随时滞量的变化曲线, 由这些曲线可以确定时滞正反馈的稳定性区域. 仿真与实验结果显示出, 如果时滞量选择在稳定性区域内, 时滞正反馈控制能够使得系统镇定, 而当时滞量不在稳定性区域时控制失效.

8 结 语

时滞系统动力学蕴藏着丰富的动力学行为, 对时滞问题的研究正在许多学科领域得到越来越多学者的大量关注. 本文简要介绍了作者前期在时滞系统动力学领域所做的研究工作. 我们在希望本文工作能对我国时滞系统动力学的研究有所裨益的同时, 也衷心希望各位专家提出批评和建

议, 以便我们今后在这一研究领域进行更深入的研究.

参考文献

1 Hu H Y, Wang Z H. Dynamics of Controlled Mechanical Systems with Delayed Feedback. Berlin: Springer-Verlag, 2002

2 郑远广, 王在华. 含时滞的快–慢耦合系统的动力学研究进展. 力学进展, 2011, 41(4): 400-410

3 徐鉴, 裴利军. 时滞系统动力学近期研究进展与展望. 力学进展, 2006, 36(1): 17-30

4 胡海岩, 王在华. 非线性时滞动力系统的研究进展. 力学进展, 1999, 29(4): 501-512

5 胡海岩. 振动主动控制中的时滞动力学问题. 振动工程学报, 1997, 10(3): 273-279

6 Abdel-Rohman M. Time-delay effects on active damped structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1987, 113(11): 1709-1719

7 Chung L L, Reinhorn A M, Soong T T. Experiments on active control of seismic structures. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 1988, 114(2): 241-256

8 Mc Greery S, Soong T T, Reinhorn A M. An experiments study of time delay compensation in active structural control. In: Proceedings of the sixth International Modal Analysis Conference, SEM, 1988. 1733-1739

9 Cai G P, Huang J Z. Optimal control method for seismically excited building structures with time-delay in control. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2002, 128(6): 602-612

10 Cai G P, Huang J Z, Yang S X. An optimal control method for linear systems with time delay. *Journal of Computers and Structures*, 2003, 81(15): 1539-1546

11 陈龙祥, 蔡国平. 旋转运动柔性梁的时滞主动控制实验研究. 力学学报, 2008, 40(4): 520-527

12 Cai G P, Chen L X. Delayed feedback control experiments on some flexible structures. *Acta Mechanica Sinica*, 2010, 26(6): 951-965

13 Chen L X, Cai G P, Pan J. Experimental study of delayed feedback control for a flexible plate. *Journal of Sound and Vibration*, 2009, 322: 629-651

14 陈龙祥. 结构振动的时滞反馈控制及其实验研究. [博士论文]. 上海交通大学, 2009

15 陈龙祥, 蔡国平. 柔性梁受迫振动下的时滞变结构控制的实验研究. 力学学报, 2009, 41(3): 410-417

16 Zhao T, Chen L X, Cai G P. Experimental study of H∞control for a flexible plate. *Journal of Vibration and Control*(in press, doi: 10.1177/1077546311419986)

17 赵童, 陈龙祥, 蔡国平. 柔性板的时滞 H_∞ 控制的理论与实验研究. 力学学报, 2011, 43(6): 1043-1053

18 Udwadia F E, van Bremen H F, Kumar R, et al. Time delayed control of structural systems. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 2003, 32: 495-535

19 Olgac N, McFarland D M, Holm-Hansen B T. Position feedback-induced resonance: the delayed resonator. *ASME Winter Annual Meeting*, 1992, 38: 113-119

20 Olgac N, Holm-Hansen B T. A novel active vibration absorption technique: delayed resonator. *Journal of Sound and Vibration*, 1994, 176(1): 93-104

21 Olgac N, Holm-Hansen B T. Design considerations for delayed-resonator vibration absorbers. *Journal of Engineering Mechanics*, 1995, 121: 80-89

22 赵艳影, 徐鉴. 时滞动力吸振器及其对主系统振动的影响. 振动工程学报, 2006, 19(4): 548-552

23 赵艳影, 徐鉴. 时滞非线性动力吸振器的减振机理. 力学学报, 2008, 40(1): 98-106

24 赵艳影, 徐鉴, 严志刚. 时滞对非线性饱和控制减振频带漂移的影响. 力学学报, 2010, 42(4): 747-757

25 Cavdaroglu M E, Olgac N. Robust control of cart-pendulum dynamics against uncertain multiple time delays. In: Proceedings of the American Control Conference, 2008. 2178-2183

26 Cai G P, Lim C W. Optimal tracking control of flexible hub-beam system with time delay. *Multibody System Dynamics*, 2006, 16(4): 331-350

27 袁芳. 时滞反馈控制对悬臂输液管系统稳定性的影响. [硕士论文]. 同济大学, 2008

28 王在华, 李俊余. 时滞状态正反馈在振动控制中的新特征. 力学学报, 2010, 40(5): 933-942

29 Wang Z H, Hu H Y. Calculation of the rightmost characteristic root of retarded time-delay systems via Lambert W function. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 318: 757-767

30 Wang Z H, Hu H Y. Stabilization of vibration systems via delayed state difference feedback. *Journal of Sound and Vibration*, 2006, 296(1-2): 117-129

31 Xu J, Chung K W, Chan C L. An efficient method for studying weak resonant double Hopf bifurcation in nonlinear systems with delayed feedbacks. *SIAM Journal of Applied Dynamical Systems*, 2007, 6(1): 29-60

32 Xiao M, Cao J D. Bifurcation analysis and chaos control for Lu system with delayed feedback. *International Journal of Bifurcation and Chaos*, 2007, 17(12): 4309-4322

33 Xu J, Chung K W. Effects of time delayed position feedback on a van der Pol-Duffing oscillator. *Physica D*, 2003, 18(1-2): 17-39

34 施继忠. 随机车辆纵向跟随系统的稳定性分析与控制. [博士论文]. 成都: 西南交通大学, 2011

35 Liu Z H, Zhu W Q. Time-delay stochastic optimal control and stabilization of quasi-integrable Hamiltonian systems. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2012, 27(1): 29-34

36 Sun J Q. Method of continuous time approximation of delayed dynamical systems. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 2008, 14(4): 998-1007

37 吴泉军. 复杂多个体时滞网络系统脉冲一致性的动力学与控制. [博士论文]. 上海: 上海大学, 2010

38 Verduyn-Lunel S M. Identification problems in functional differential equations. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 1997, 5: 4409-4413

39 Orlov Y, Belkoura L, Richard J P, et al. Adaptive identification of linear time-delay systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 2003, 13(9): 857-872

40 Drakunov S V, Perruquetti W, Richard J P, et al. Delay identification in time-delay systems using variable structure observers. *Annual Reviews in Control*, 2006, 30: 143-158

41 胡海岩. 线性受控系统的反馈时滞可辨识性. 振动工程学报, 2001, 14(2): 161-165

42 Gawthrop P J, Nihtila M T. Identification of time delays using a polynomial identification method. *Systems & Control Letters*, 1985, 5(4): 267-271

43 张文丰, 胡海岩. 含反馈时滞的非线性动力系统参数识别. 振动工程学报, 2001, 14(3): 314-318

44 潘峰, 冯冬梅, 韩如成. 基于遗传算法的时变时滞参数辨识. 仪器仪表学报(增刊), 2004, 25(4): 910-912

45 王家祥, 何信. 误差补偿和时滞辨识预测控制算法. 电子科技大学学报, 2005, 34(6): 817-820

46 陈龙祥, 蔡国平. 基于粒子群算法的时滞动力学系统的时滞辨识. 应用力学学报, 2010, 27(3): 433-437

47 孙增圻. 计算机控制理论及应用. 北京: 清华大学出版社, 1989

48 Liu K, Chen L X, Cai G P. Experimental study of delayed positive feedback control for a flexible beam. *Theoretical & Applied Mechanics Letters*, 2011, 1(6): 063003

49 Liu K, Chen L X, Cai G P. Active control of a nonlinear and hysteretic building structure with time delay. *Structural Engineering and Mechanics*, 2011, 40(3): 431-451

SOME PROBLEMS OF DELAYED FEEDBACK CONTROL*

CAI Guoping† CHEN Longxiang

Department of Engineering Mechanics, State Key Laboratory of Ocean Engineering, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China

Abstract In recent decades, the studies on delayed system dynamics has been getting more and more attentions. Many researches have been done on the stability, nonlinearity, delay identification, delay compensation and delay utilization of time-delay systems. This paper outlines some advances in the authors' studies on time delay problems in recent years, including delay identification, two delay controllers based on time-delay dynamical equation, robust delay controller, delayed positive feedback technique, controller design for nonlinear time-delay structures and time delay experiments.

Keywords delayed feedback control, some advances

蔡国平, 男, 1965年生, 河南人. 2000年从西安交通大学工程力学系博士毕业, 2002年从上海交通大学力学博士后流动站出站, 然后留校在工程力学系工作, 任职教授和博导, 研究方向为结构力学与控制、航天器动力学与控制、时滞动力学与控制. 主持和完成多项国家和省部级科研项目, 发表科技论文100余篇, SCI检索30余篇, EI检索60余篇, 关于时滞问题的研究成果荣获上海市自然科学三等奖.

* The project was supported by the Key Project (11132001) and the General Projects (11072146, 11002087, 11272202) of the National Natural Science Foundation of China, and the Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education of China (20110073110008).

† E-mail: caigp@sjtu.edu.cn

力　学　进　展

ADVANCES IN MECHANICS

(总第 183 期)

第 43 卷第 1 期

2013 年 1 月 25 日

目　次

结构和系统的动力学与控制专刊

· 封面图片说明 · 广义胞映射方法是研究确定性与随机动力系统的有力工具, 以往的一些改进方法在实际研究中仍存在一些不足, 主要是对动力系统流的全局演化信息反映的还不完整, 如与不稳定解 (鞍) 相关的不变流形的信息没有在图胞映射动力系统中得到反映. 作者对图胞映射方法进行了改进, 提出了图胞映射动力系统中状态空间的新型分类方法. 该方法通过引入新的概念, 解决了动力系统稳定流形和不稳定流形的图胞映射逼近问题. 详见徐伟、孙春燕、孙建桥、贺群文 p91.