

时滞车辆跟驰模型及其分岔现象*

徐 鉴[†] 徐荣改

同济大学航空航天与力学学院, 上海 200092

摘要 交通流车辆跟驰理论中, 由于生理因素, 造成司机在处理前方车辆变化信息和采取应对措施之间存在时间滞后. 即使是在自动巡航控制系统中, 设备在感知信息、计算所需操作并最终作动车辆这一过程中时滞也不可避免. 因此交通流跟驰理论的数学模型本质上应包含时滞. 时滞的存在对各种交通模式的出现及其相互演化产生怎样的影响? 这是值得我们关注的问题. 本文首先综述了各类时间和空间连续的时滞车辆跟驰模型. 其次探究这类模型中存在的分岔现象的研究进展, 并指出目前研究中存在的不足. 最后提出作者的一些看法, 运用时滞动力系统理论来深入挖掘富含参数的交通流时滞跟驰模型中隐藏的各种的非线性动力学现象, 这样既可以更好解释真实交通中的各种堵塞模式的形成及其演化机制, 又可以结合交通流参数平面内动力学行为从同步观点给出交通堵塞一种分类. 为交通管理部门的交通控制策略制定提供一定的参考依据, 减缓由于司机反应时滞等因素造成的交通堵塞的发生.

关键词 交通流, 车辆跟驰模型, 时滞, 交通堵塞, 分岔

中图分类号: O322, U491 文献标识码: A 文章编号: DOI:10.6052/1000-0992-12-012

1 引言

20世纪30年代以来, 随着经济的发展和科技的进步, 人类对交通的需求日益增加. 大量的车辆被生产并投入到道路交通的运营中去, 但由于交通资源的有限性, 加上一些交通设施建设的不合理, 以及交通管理措施的不当, 导致交通供需的不平衡, 交通流问题就应运而生. 其中, 最为严重的当属交通堵塞问题. 交通堵塞不但降低了出行效率, 而且加剧了交通污染. 至今, 这个问题仍然没有得到彻底解决. 许多领域的专家学者投入到交通流问题的研究中来, 他们从各自研究领域建立相应的交通流模型, 致力于理解交通堵塞形成以及演化的内在机理.

现有的交通流模型大体上可以分为3类, 第1类是基于宏观方法建立的连续模型, 此类模型将交通流视为由大量车辆组成的可压缩连续流体介质, 研究车辆集体的综合平均行为. 第2类是基于中观

方法建立的气体动理论模型, 此类模型将交通流视为相互作用的粒子. 第3类是基于微观方法建立的车辆跟驰模型和元胞自动机模型^[1-6], 集中研究单个车辆在相互作用下的个体行为. 其中微观跟驰模型的研究, 可以获知单个司机的特征及车辆的运行特性, 对于车辆自动巡航系统以及智能交通系统等现代交通的模拟、评价以及控制具有重要意义, 因此深入研究跟驰理论十分有必要. 跟驰理论是描述单一车道上单个车辆一辆跟随一辆的状态, 跟随车司机行为受到很多因素的影响, 其中主要来自于道路的实际设计、车辆的机械性能以及司机自身的个体特征(心理素质、经验、年龄)等因素, 当然也会受到天气以及过街行人等随机因素的干扰. 其中司机的个体特征在数学模型上使用反应时滞这个参数来表示.

根据跟驰理论中时滞来源, 可以将其分为3大类^[7-11]. 第1类是生理上的时滞(司机反应时滞), 即司机在收到刺激信号到做出控制行动之间的时间

收稿日期: 2012-02-19, 修回日期: 2012-11-19

*国家自然科学基金重点(11032009), 中央高校基本科研业务费专项基金和上海市重点学科(B302)资助项目

[†] E-mail: xujian@tongji.edu.cn

周期, 包含这类时滞的数学模型构成了时滞微分方程. 第2类是机械时滞(理想时间间距), 即驾驶员做出控制行动(踩油门或脚刹闸)到车辆执行命令(加速或减速)之间的时间周期. 包含这类时滞的数学模型并不构成时滞微分方程, 它是以独立于变量之外的形式出现的. 第3类是车辆运动时滞, 即车辆从开始执行命令到达到预期目标的时间周期. 这类时滞并不显式地出现在数学模型中. 本文中的时滞车辆跟驰模型是指包含司机反应时滞的车辆跟驰模型. 在Greenshields早期的交通实测中, 司机反应时滞就被用来说明司机个体特征在驾驶过程中的重要性.

由于反应时滞受到很多因素的影响, 难免在参数大小的辨识上存在困难. Davis^[14]通过数值模拟测得司机在受到刺激信号后的反应时滞为0.75~1.0 s之间. Green^[8]根据司机受到的刺激信号强弱程度进行分类, 通过大量的数据分析, 得到了不同刺激信号强度下的司机反应时滞的大小. Mehmood等^[15]按照司机的应对措施进行分类, 分为刹车反应时滞和加(减)速反应时滞, 估计了司机本身的个体特征(年龄性别等)以及信号类型(突发情况或者预知情况)对司机反应时滞大小的影响.

虽然司机反应时滞客观存在, 而且对车辆跟驰行为有着重要的影响. 但目前关于跟驰模型的大量综述文章中^[16-29]却没有针对包含司机反应时滞的车辆跟驰模型及其分岔现象进行系统总结. 2010年, 针对时滞车辆跟驰模型, Sipahi在由Atay主编的书^[29]一章中, 总结了此类模型中稳定性分析研究进展. 但是要想了解复杂的交通动力学行为及其产生的内在机制, 必须对失稳后分岔动力学行为进行探讨. 基于此想法, 作者针对时滞车辆跟驰模型及其分岔动力学现象的研究进行综述. 首先介绍了各类时间空间连续的时滞跟驰模型. 其次针对交通流动力学存在的分岔现象, 综述它在时滞跟驰模型中的研究进展. 最后指出作者发现的一些问题及其观点.

2 时滞车辆跟驰模型

目前已有有很多不同的时滞车辆跟驰模型, 但主要的模型总体上可以归为4类, 即经典时滞跟驰模型、时滞优化速度跟驰模型、人类驾驶员跟驰模型和时滞反馈控制跟驰模型. 下面我们将逐一介绍每一类模型及其之间的相互联系, 并且指出各类模型的优点及存在的问题. 在各类模型的介

绍过程中, 我们还特别关注了时滞参数在模型中的物理意义以及产生的影响.

2.1 经典时滞车辆跟驰模型

20世纪50年代, 交通流理论研究已经发现, 在道路交叉口的红绿灯处, 当绿灯变亮时, 车队并不是作为一个单元开始移动, 而是以一个启动波速沿着车队向后传播的方式移动. 于是Pipes^[30]在所有司机都遵守安全车间距要求的假定之下, 建立了第一个车辆跟驰模型. 此模型的建立使得研究者开始关注单个车辆的运动规律, 将与司机个体特性有关的基本参数加入到道路设计和车辆制造的考虑中, 以期实现安全驾驶和防止交通堵塞的目的. Pipes认为跟随车司机对前方刺激信号立即做出反应并采取行动, 并不存在一定的时间延迟, 这显然是不符合客观实际的. 于是, Chandler等^[31]假定司机反应来自于对相对速度变化信号的刺激, 而且考虑了司机对刺激做出的反应存在一定的延迟这个事实, 建立了第一个时滞车辆跟驰模型

$$\ddot{x}_n(t) = \lambda[\dot{x}_{n+1}(t - \tau) - \dot{x}_n(t - \tau)] \quad (1)$$

其中, $x_n(t)$, $\dot{x}_n(t)$, $\ddot{x}_n(t)$ 分别表示车队中第 n 辆车的位置、速度和加速度, τ 为司机反应时滞, λ 为敏感系数. 通过对模型的渐近稳定性分析发现, 当 $\tau\lambda > 1/2$ 时交通均匀流失稳. 由此可以看出时滞会影响交通流的渐近稳定性. Chandler等人通过实测证实了当前车辆加速度的确与前车相对速度相关. 但由于模型(1)中存在着车辆加速度过大现象, 而且也无法解释实际观察到的均匀交通流下的速度密度的非线性关系. 于是Chandler提出了一些改进模型的思想, 假定敏感系数是一个与当前车辆速度和前车车间距有关的非线性函数, 而不再仅仅是常数. Gazis等^[32]受此思想启发, 提出一个更一般形式的GHR模型

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{c[\dot{x}_n(t)]^m[\dot{x}_{n+1}(t - \tau) - \dot{x}_n(t - \tau)]}{[\Delta x_n(t - \tau)]^l} \quad (2)$$

其中, $\Delta x_n(t) = x_{n+1}(t) - x_n(t)$ 表示第 n 辆车与前方第 $n+1$ 辆车的车头间距, 而 m, l, c 是待定常数. τ 为司机对车间距、相对速度信号的反应时滞, 这里右端速度项的反应时滞为零, 说明这里假定司机在瞬间感知到本车速度.

Zhang等^[33]针对GHR模型进行稳定性分析, 发现此模型存在着一些不足, 比如当相对速度为零时, 不管两车相距多远, 跟随车都不会做出减速

反应, 这样当车间距比较小时, 很容易造成撞车事故的发生. 为此, Addision等^[34-35]在GHR模型右端添加一个关于车间距的非线性状态函数 $(\Delta x_n(t - \tau) - D_n)^3$, 这里 D_n 表示第 n 辆车的理想停车间距. 于是, 司机在跟随过程中即使相对速度为零, 也要根据车间距的大小来及时调整自己的跟随行为, 避免了撞车事故的发生. Addision通过对环形道路上(周期边界条件)交通均匀流模式的稳定性研究, 发现当时滞等其他参数取某一定值时, 随着车流密度的变化, 会发生交通混沌振荡, 导致车辆的运动不可预测. 这与交通系统对初始条件极端敏感这一事实相一致. 凌代俭等^[36]简化了模型, 将Addision在右端添加的非线性状态项替换为线性函数 $\Delta x_n(t - \tau) - D_n$, 然后运用时滞动力系统理论, 分析了由3辆车组成的系统在领头车匀速运动的条件下, 随着反应时滞参数的变化、系统均匀流的稳定性及其失稳的机制.

Gazis将模型(2)对稳态流的特征描述作为评价其模型本身优劣的标准. 随后几十年, 很多学者尝试寻找 m, l 之间的最佳组合^[21], 但一直无法说明某一种组合比另一种组合更优. 因为不同司机有着不同的驾驶习惯, 而且不同司机之间反应时滞也存在着差别, 于是如果选择实验的样本不同可能就会得到不同的组合. 在这些众多组合当中, 这里给出几个有代表性的组合. 比如 $m = 0, l = 1$ 组合^[37]下模型可以解释宏观观察到的速度密度的非线性关系. $m = 1, l = 1$ 组合^[38]下模型可以描述自由交通流下的速度密度关系, 这里Edie首次提出应该使用两种不同的模型来分别描述自由流和堵塞流. Aron^[39]则提出应分别使用3种不同的 m, l 组合来依次表示司机减速, 平稳和加速行驶时的不同驾驶行为.

2.2 时滞优化速度跟驰模型

经典时滞跟驰模型关注交通流变量间的静态关系, 很少关注交通自由流和堵塞流的动态演化行为. Bando等^[40]提出可以诱发交通堵塞的动力学模型. 假设每辆车根据车间距的变化都有一个最优的跟随速度, 司机的跟随目标就是调整自己的速度与优化速度保持一致. 于是建立了优化速度模型. 随后, Bando等^[41]将反应时滞这个参数考虑进来, 提出了时滞优化速度模型

$$\ddot{x}_n(t + \tau) = a[V(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)] \quad (3)$$

其中, a 为敏感系数, $V(\cdot)$ 表示优化速度函数, 这里

反应时滞 τ 包含机械时滞和司机反应时滞. Bando使用如下由实测数据拟合得到的优化速度函数

$$V(\Delta x_n) = 16.8[\tanh 0.086(\Delta x_n - 25) + 0.913] \quad (4)$$

通过对交通均匀流的分析以及动力学行为数值模拟, 得到一个诱发交通堵塞的临界时滞值, 指出当时滞大于临界值时交通堵塞发生. Davis^[14,42]选取100辆车来模拟模型(3), 发现Bando时滞优化速度模型中临界时滞远远小于真实的交通场景中的临界反应时滞. 也就是说, 实际上当反应时滞大于Bando求得的临界时滞时, 也没有交通堵塞发生. 于是Davis从以下两个方面来修正模型, 其一重新定义一个新的优化速度函数, 其二, 认为司机对自身速度的感知是瞬间发生的而不存在反应延迟. 于是提出以下改进的时滞优化速度模型

$$\ddot{x}_n(t) = \frac{V_{\text{desired}} - \dot{x}_n(t)}{T} \quad (5)$$

其中 T 为机械时滞, 这里自身速度项 $\dot{x}_n(t)$ 中时滞为零, 理想速度由下面分段函数表出

$$V_{\text{desired}} = \begin{cases} V_{\text{ov}}, & V_{\text{ov}} < v_n(t) \\ \min\{V_{\text{ov}}, v_{n+1}(t - \tau)\}, & V_{\text{ov}} > v_n(t) \end{cases} \quad (6)$$

其中, $V_{\text{ov}} = V(\Delta x_n(t - \tau) + \tau \Delta v_n(t - \tau))$, $\Delta v_n(t)$ 是相对速度, τ 是司机反应时滞, 优化函数 V_{ov} 仍取为式(4)的形式. 改进后的模型不仅仍可以探测到交通堵塞的演化, 而且求得的自由流向堵塞流演化的临界时滞值也更加合理. 研究结果指出车队的稳定性不仅依赖于司机反应时滞大小, 还与车队中车辆多少有关系.

Orosz等^[43-50]采用Davis的改进模型, 即假定司机对本车速度的反应时滞为零. 重新定义新的优化速度函数

$$V(h) = \begin{cases} 0, & 0 \leq h \leq 1 \\ \frac{v_{\text{max}}[(h - h_{\text{stop}})/s]^3}{1 + [(h - h_{\text{stop}})/s]^3}, & h > 1 \end{cases} \quad (7)$$

其中, h_{stop} 是停车间距, h 和 v_{max} 分别表示车间距和理想行驶速度, s 是一个新参数, 表示优化速度函数延拓到右端的方式. 这个连续单调递增的优化速度函数有两个优点, 其一当车间距小于停车间距时, 优化速度为零, 这一点切合客观实际. 其二, 此优化速度函数连续可微, 便于进行理论和数值延拓分析. Orosz运用由Engelborghs编制的时滞微分方程数值求解器DDE-Biftool^[51]先后分析了3辆车、 N 辆车组成的车辆系统动力学行为. 并提出一

套针对带平移对称性的时滞跟驰模型Hopf分岔计算规范性的方法,并将其应用到 N 辆车组成的弱非线性跟驰系统中. 随后又建立了含随机因素的时滞优化速度模型. 近几年, Orosz又进行了两项有意义的工作,一方面运用最新的数值延拓软件pddecont^[52]探究了时滞优化速度模型中隐藏在堵塞背后的非线性现象. 另一方面,将模型应用到自适应巡航控制系统中,这里的时滞是指巡航设备处理信息并做动过程所需要的时间.

以上模型的研究基本上均假定周期边界条件下(环形道路),且时滞均取为相同的常数. 除了假设过于简单的之外,此类模型还存在其他一些问题. 比如Wegner^[53]对实测数据分析指出,这类模型忽略了相对速度信号对司机反应的影响,而真实跟驰过程中司机的反应更强烈的依赖于相对速度信号的变化. Shamoto等^[54]也通过实测数据证实了车辆的加速度与相对速度存在着正相关的关系.

2.3 人类驾驶员模型

Treiber等^[55]考虑了由于车辆加速性能和制动性能的差异而导致的加速和减速过程的不对称性. 并且考虑了相对速度信息对司机反应的影响,提出一个物理参数意义明确且易于辨识的智能驾驶模型

$$\ddot{x}_n(t) = a^{(n)} \left[1 - \left(\frac{\dot{x}_n(t)}{\dot{x}_0^{(n)}} \right)^\delta - \left(\frac{s^*(\dot{x}_n(t), \Delta\dot{x}_n(t))}{s_n(t)} \right)^2 \right] \quad (8)$$

其中, δ 为加速度指数,一般取值为4. $\dot{x}_0^{(n)}$ 表示第 n 辆车的理想速度. $s_n(t)$ 为 t 时刻的车间距. s^* 是当前状态下司机的理想车间距,表示如下

$$s^*(\dot{x}_n(t), \Delta\dot{x}_n(t)) = s_0^{(n)} + s_1^{(n)} \sqrt{\frac{\dot{x}_n(t)}{\dot{x}_0^{(n)}}} + T^{(n)} \dot{x}_n(t) + \frac{\dot{x}_n(t) \Delta\dot{x}_n(t)}{2\sqrt{a^{(n)} b^{(n)}}} \quad (9)$$

式中, $s_0^{(n)}$ 和 $s_1^{(n)}$ 为停车距离, $T^{(n)}$ 为安全时间间隔, $a^{(n)}$ 为车辆最大加速度, $b^{(n)}$ 为车辆理想减速度. 该模型可以重现实测中观察的交通流数据. Treiber等^[56]又将司机的反应时滞融入到模型中去,使之能够适应人类司机的交通场景,建立人类驾驶员一般模型

$$\ddot{x}_n(t) = a^{\text{mic}}[\Delta x_n(t-\tau), \dot{x}_n(t-\tau), \Delta\dot{x}_n(t-\tau)] \quad (10)$$

其中, τ 表示驾驶员的反应时滞. 加速度函数 a^{mic} 由车辆车间距、车辆自身速度以及车辆的相对速

度来确定. Treiber指出驾驶员的反应时滞造成的影响可以通过考虑前方多辆车行为来弥补. 随后, Kesting等^[57]改进模型,用来研究人类驾驶员车辆和自适应巡航设备ACC车辆混合车流中ACC车辆所占比例的增加给集体交通流动力学行为产生的影响.

2.4 时滞跟驰模型的控制模型

交通堵塞的问题从交通流理论的角度可以视为交通均匀流失稳,所以缓解与抑制交通堵塞,从某种意义上来说,就是寻找方法提高交通均匀流的稳定性. 为此, Konishi等^[58]基于优化速度模型,在模型的右端加入时滞反馈控制项,来改善交通均匀流的稳定性,实现抑制交通堵塞的目的. 建立的时滞反馈控制跟驰模型为

$$\ddot{x}_n(t) = a[F(\Delta x_n(t)) - \dot{x}_n(t)] + u_n(t) \quad (11)$$

其中, $u_n(t) = k(\Delta x_n(t) - \Delta x_n(t-\tau))$ 是状态时滞反馈控制信号,它是根据当前车间距和 τ 秒之前车间距之差来构造的. k, τ 分别表示反馈增益和时滞. Konishi从控制理论观点出发,给出交通堵塞的定义. 并针对优化速度模型给出了一个交通堵塞不出现的充分条件. 最终通过时滞反馈控制方法提高了交通均匀流的稳定性,实现交通堵塞抑制的目的. 但是此控制方案具体如何实现还需要进一步的思考.

此外,还有一些模型致力于提高交通均匀流的稳定性区域,这些模型的基本思想大致相同. 即将现有的仅考虑前方紧相邻车辆信息的时滞跟驰模型,推广到考虑前方更多辆车信息的多领头车时滞车辆跟驰模型^[59-64]. 通过对前方更多辆车的关注来改善由于反应延迟而导致的交通堵塞. 智能交通系统的发展,使得考虑前方多个车辆信息的做法变得可行.

上面总结了各种时滞车辆跟驰模型,还有一些其他的时滞跟驰模型,比如Newell^[65]一阶模型

$$\dot{x}_n(t+\tau) = F_n[\Delta x_n(t)] \quad (12)$$

式中, $F_n = V - V \exp\{-\lambda V^{-1}[\Delta x_n(t) - d]\}$ 表示速度车间距函数. 这里 V, d 和 λ 分别表示车辆的最大限速,安全车间距以及敏感性系数. 车间距函数的选取可以为优化速度模型中优化速度函数的选取提供依据. 此外还有同时考虑车间距、相对速度和本车速度对司机反应影响的惯性车辆跟驰模型^[66-67],此模型指出随着参数时滞的变化,会出现交通混沌.

3 时滞车辆跟驰模型分岔现象研究进展

时滞车辆跟驰模型的研究目前主要集中在均匀流解的稳定性分析以及失稳后的非线性动力学行为研究上. 金春霞等^[23]总结了车辆跟驰模型中稳定性分析的相关研究. 刘力军等^[68]对交通流模型中的分岔现象做了相应总结. 但他们的工作都不关注时滞这个参数的重要影响. 考虑到时滞的客观存在及其对交通流产生的影响. Orosz等^[69]特别强调了时滞车辆跟驰模型中非线性动力学行为研究的重要性. 因此时滞车辆跟驰模型中分岔现象研究是很有意义的. 本节针对此类模型中的分岔现象研究进行了相关总结.

交通流基本图中交通流量与密度的关系曲线存在着间断的现象, 曲线的形状类似于希腊字母 λ 的镜像. 基本图中交通流密度低的区域, 流量与密度几乎呈线性递增关系, 交通流处于均匀流模式之下, 即车辆均以恒定车间距匀速行驶. 交通流密度高的区域, 流量随着密度的增加而减少, 交通处于堵塞流的模式之下. 而在基本图中介于低密度与高密度的中间区域, 在反 λ 形状的两个分支上发生跳跃现象, 即在外界情况的干扰下, 均匀流与堵塞流的交通模式之间会发生相变. Herrmann等^[70]指出交通流流量密度基本图中均匀流与堵塞流的一阶相变与交通流模型解的分岔现象有关. 于是便开始了此类模型中分岔现象的相关研究.

Igarashi等^[71]首先选取Newell的一阶时滞跟驰模型讨论均匀流解的分岔现象. 为了能够解析求得分岔产生的堵塞流解, 特地选取一个特殊的双曲正切函数来作为优化速度函数. 并选用平均车间距作为分岔参数, 在时滞等其他模型参数都取定的情况下, 解析地证明了在车辆密度的某个区域内会出现多重精确解, 一个稳定的均匀流解、一个稳定的堵塞流解和一个不稳定的堵塞流解共存, 这说明均匀流解失稳是由于发生了亚临界的Hopf分岔. 亚临界Hopf分岔的出现, 揭示了交通流基本图中不连续一阶相变(跳跃现象)的根源. Igarashi等^[71]预测在任意的优化速度模型中, 交通流的均匀流解失稳均是通过亚临界的Hopf分岔产生的. 并指出如果同样选取特殊形式的优化速度函数, 仍然可以求得解析的分岔解, 但一般的优化速度函数是无法做到的. 此后一些学者开始应用非线性动力学中的分岔理论来研究跟驰模型中的分岔现象.

Gasser等^[72]使用分岔理论讨论无时滞优化速

度模型中的分岔行为. 选取一般形式的优化速度函数, 因此无法直接求得模型精确的解析分岔解. 于是使用中心流行约化的方法得到系统规范型, 从而得到了分岔周期解与平均车间距参数的解析关系. 这里Gasser得到了一个与Igarashi不同的结论, 即交通流均匀流解的失稳不一定必须通过亚临界的Hopf分岔发生, 超临界的Hopf分岔也可能产生均匀流解的失稳, 何种机制下导致的失稳取决于所选取的优化速度函数的形式. Gasser等^[73]使用数值延拓软件Auto, 又考虑了变敏感性系数(敏感性系数为车间距的函数)以及司机过激行为这两个因素影响下的分岔行为. 研究发现, 随着道路长度参数的变化, 均匀流解失稳后产生的周期振荡解, 进一步发生倍周期的分岔, 产生倍周期的交通流解. 在Gasser的研究中, 忽略了司机反应时滞这个因素的影响, 而且研究内容主要关注理论上的分岔行为, 并不关心理论上分岔解在实际交通情景下对应何种交通模式.

Orosz首次使用时滞动力系统分岔理论讨论时滞优化速度模型中的分岔现象. 使用Davis改进过的时滞优化速度模型, 并基于理论分析和数值延拓的需要, 重新定义一个光滑的分段非线性函数作为优化速度函数. 由于时滞车辆跟驰系统是由大量车辆组成的时滞耦合的多参数非线性系统, 在进行分岔分析方面, 无论是理论分析还是数值延拓, 都存在一定的困难.

Orosz等^[43]首先研究了由3辆车组成的时滞跟驰系统的全局分岔行为, 选取车辆之间的平均车间距为分岔参数进行数值延拓. 研究发现当平均车间距位于某一段范围内时, 均匀流失稳. 这个失稳区域的大小与车辆理想行驶速度的取值以及司机对刺激信号的敏感性强弱这两个因素有关. 车辆理想行驶速度越大, 司机对刺激信号的敏感性越弱, 均匀流解的失稳区域就越大. 进一步通过在平均车间距和敏感性系数构成的双参数平面内进行数值分岔行为分析, 以及车辆碰撞(车间距小于最小停车距离)分界线和车辆停止(速度几乎为零)分界线的绘制, 发现只有当司机对刺激信号的敏感性充分弱的情况下车辆之间的碰撞才会发生. 只有当车辆理想行驶速度取值充分大时, 车辆才会停止. 但是这些结论均是在3辆车研究基础上得到的.

Orosz等^[44]进一步研究了由17辆车组成的时滞跟驰系统, 使用数值延拓技巧讨论了不同交通空间波数对应的分岔周期解, 发现了3辆车构成的

系统中没有的一些现象. 在车辆平均车间距和司机敏感性系数组成的双参数平面内进行线性分析, 不同空间波数对应的临界失稳曲线按照波数大小依次排列, 最小波数对应的临界曲线即为Hopf分岔曲线. 即均匀流失稳后首次出现的分岔周期解是由最小波数确定的. 接着在其他参数取定的情况下, 选取平均车间距为分岔参数进行数值延拓, 发现均匀流解失稳后, 产生了一个多个周期解共存的区域, 即由最小波数确定的稳定周期解, 以及其余波数确定的不稳定的周期解共存. 这些不同的周期解在实际交通状况下对应着不同的交通流模式. 稳定的周期解对应着稳定的交通流模式, 不稳定的周期解对应着不稳定的交通流模式. 这些不稳定的周期振荡交通流模式虽然在足够长的一段时间内终会消失, 或者融入到其他的交通流模式中, 但它们的长时间存在依然会构成暂态的交通堵塞(车速几乎为零), 对交通状况的影响也不容忽视. 进一步研究发现, 当其他物理参数取定的情况下, 随着车辆数目的增加, 均匀流失稳后产生周期振荡交通模式会逐渐演化为走走停停的交通堵塞模式. 由于数值延拓软件内存以及计算时间的局限性, 这里Orosz仅能够针对最多17辆车进行研究, 虽然研究发现了一些新的现象, 但这仍不能充分反映实际交通中由大量车辆组成的时滞跟驰系统的更加丰富的动力学行为.

基于最新的数值延拓软件pdde-cont的开发, 使得研究大量车辆组成的时滞跟驰系统的动力学行为成为可能. 因为Orosz^[48]发现33辆车交通动力学行为定性上可以代表大量的车辆组成的系统的动力学行为, 于是选取33辆车为例来研究. 研究发现均匀流解失稳后, 发生亚临界Hopf分岔, 产生了交通均匀流模式与走走停停的交通堵塞模式共存的双稳态区域, 并指出司机反应时滞的存在使得双稳态共存区域鲁棒性更好. 此外双稳态区域内的可激发动力学现象解释了存在于交通流连续模型和无时滞跟驰模型之间的冲突. 连续模型认为均匀流与堵塞流的相变是在一个足够大的外界扰动之下才会发生的. 而无时滞跟驰模型则认为即使一个很小的扰动(比如司机刹车)就可以诱发均匀流与堵塞流的相变. 时滞跟驰模型中这种交通均匀流模式与走走停停的交通堵塞模式共存的双稳态区域的存在, 平衡了这两类模型相应观点之间的冲突. 此外, Orosz使用交通时空分布图来展示双稳态区域内不同初始扰动下对应的不同交通模式, 并定量地给出不同模式之间相变的临界

曲线. 从时空分布图上可以看到即使均匀流模式渐近稳定, 也可以在一定的初始扰动之下相变到走走停停的交通堵塞模式. 通过理论分析进一步发现车辆本身的长度不影响分岔动力学行为, 但从时空分布图可以看出车身的长度可以从定量上影响道路中堵塞路段的范围. 这里Orosz首次将微观的分岔行为转换到宏观的流量密度基本图中来解释分岔对应的宏观物理意义. 通过对宏观交通流基本图的分析, 却发现不稳定的交通振荡模式下的交通流量与均匀流模式下的交通流量基本相同, 这说明仅仅从宏观上研究交通流基本图, 并不能充分揭示均匀流与堵塞流的相变机制, 因此从微观上研究包含司机个人行为的时滞跟驰模型变得十分有必要. Orosz指出, 双稳态区域的存在, 对于交通控制策略的制定也有一定的指导意义. 比如目前高速公路匝道控制算法仅仅考虑了匝道口处交通流量对高速公路上车流模式的影响. 双稳态区域的存在要求控制算法必须同时考虑匝道中车辆的当前速度(初始条件). 比如我们可以设计更长的匝道使得车辆可以将其速度调整到最优初始速度之后再进入高速公路, 从而避免了由于速度的初始扰动而诱发的均匀流模式向交通堵塞模式的相变.

车辆在高速公路行驶过程中这种可激发(扰动的影 响)的交通堵塞的形成, 使得交通工程师无法通过可控信息来进行预防或者舒缓. 在车辆中安装自动巡航控制设备来自动探测车辆间的相对速度以及车间距信息, 并在处理信息之后进而对车辆作动, 虽然由于信息传输以及车辆动力学行为时滞仍不可避免, 但是比起人类驾驶员的反应时滞已经小了很多. Orosz等^[49]将时滞跟驰模型推广到自动巡航控制系统的研究中, 发现了一些与人类驾驶员下的跟驰模型不同的现象. 例如当时滞取适当的值时, 不仅仅最小空间波数会诱发稳定的周期振荡交通模式, 大的波数也可能产生稳定的周期振荡模式. 这些不同波数对应的Hopf分岔曲线可能会相交, 这预示着更加复杂的动力学分岔行为可能出现, 有待进一步的研究.

上面的研究均是采用数值延拓方法, 这样有时候很难解释模拟中出现的一些非线性现象. 于是Orosz等^[46]采用带平移对称性的Hopf分岔分析方法, 理论上得到了车辆平均车间距参数与周期振荡交通模式的关系. 但是此解析方法在进行数值模拟时发现, 与数值结果吻合的程度不高.

时滞跟驰模型中的分岔现象研究工作目前并

不多见, 以上的研究也仅仅集中在无瓶颈(匝道等)的单车道环形道路的假定之下. 如果考虑有上下匝道多车道的情况, 可能会得到更加丰富的动力学分岔现象. Gasser等^[74]已经在有瓶颈的无时滞优化速度模型中发现了一些新的分岔行为. 这些新的分岔现象可能会对宏观上真实交通流中一些新的堵塞模式进行一些解释.

4 结论与展望

前面总结了时滞跟驰模型及其分岔现象的研究进展. 从中可以看到目前使用最为广泛的是时滞优化速度模型. 而关于分岔现象基本上集中在Hopf分岔的分析上面. 这部分我们从模型建立、研究内容、研究手段以及时滞与交通模式关系等角度给出以下结论:

(1) 在模型建立方面, 经典时滞跟驰模型目前已经很少使用, 而时滞优化速度模型虽然可以重现交通流由均匀流到走走停停模式的动态演化, 但仍然存在一些不足. 其一, 关于反应时滞的处理目前均假定为常值, 忽略司机对不同刺激信号时滞存在差异以及不同司机反应时滞不同这些事实. 并且忽略时滞的时变部分^[75], 这样势必造成理论结果与实测数据拟合困难. 其二, 为简化计算, 目前研究时滞优化速度模型不考虑相对速度对司机反应的影响, 但事实上已有实验证明这种做法是错误的. 最后, 现有时滞跟驰模型的研究基本上都假定道路是单向环形无瓶颈, 这种过于理想的假设与实际交通存在差距, 以至于无法发现更多的交通动力学现象. Sasoh等^[76]将车辆换道规则引入到车辆跟驰模型中, 并成功模拟了不同车道的相互影响, 为车辆跟随理论进一步发展奠定基础. Jamison等^[77]将时滞跟随模型延伸到允许超车情况的研究中, 指出即使是Chandler提出的最简单的时滞跟驰模型, 在环形道路边界下, 如果允许超车行为发生, 则会产生无法预测的交通行为, 比如交通混沌现象.

(2) 在研究内容方面, 目前时滞车辆跟驰模型的研究中, 多数集中在均匀流解的稳定性研究中. 即给出均匀流解的稳定区域. 由于时滞车辆跟驰模型是由大量车辆组成的多参数时滞耦合的非线性系统. 再加上交通系统的动态随机等一些复杂的非线性特征. 导致均匀流解失稳后的非线性动力学行为研究目前还很少. 现有的非线性动力学行为的研究多集中在亚临界Hopf分岔上. 而高

余维分岔行为研究必将发现更加丰富的交通动力学现象, 值得深入探讨.

(3) 在研究手段方面, 时滞跟驰模型中均匀流的线性稳定性分析有很多理论方法. 物理学方面^[78]通常假定车辆行驶在无限长道路中, 使用Laplace变换和Fourier变换方法来得到均匀流稳定性条件. 动力系统方法^[49]通常假定周期边界条件, 使用试探解得到相应的特征方程, 进而求得解的稳定性边界. 控制工程领域^[79]通常假定领头车的运动已知, 给出传递函数下解的稳定性区域. 而时滞跟驰模型中的分岔分析多采用数值延拓软件进行, 只有Orosz等^[46]使用带平移对称性的Hopf理论分岔分析方法得到了平均车间距与振荡周期解的解析表达式. 但是与数值模拟结果有一定的差距. 这说明用于研究时滞车辆跟驰模型非线性动力学行为的理论方法有待进一步探究.

(4) 在反应时滞参数与交通模式的关系方面, 目前时滞跟驰模型中含有的参数包含各种信号的敏感系数、不同刺激信号下的反应时滞以及平均车间距等. 研究最多的是平均车间距变化下交通流均匀流的稳定性以及失稳后动力学行为. 很少有讨论反应时滞作为分岔参数或者反应时滞与其他模型参数联合作用时与交通模式的定量关系. 要想真正清楚反映时滞在跟驰过程中所起的影响以及如何控制由此产生的交通堵塞, 对时滞作为分岔参数的非线性动力学行为研究至关重要.

通过上面几点的总结与分析, 关于时滞车辆跟驰模型的研究我们从几个侧面提出一些观点和看法.

由于交通系统涉及到道路车辆以及行人, 是一个复杂的非线性系统. 甚至于司机的反应取决于何种刺激信号的影响以及影响的强度都莫衷一是. 造成了模型建立的困难. 已有的模型由于假设条件的限制, 很难发现更加丰富的交通动力学行为, 更无法解释实际交通中一些非线性现象的产生. 于是我们提出3点改进模型的建议. 其一, 司机优化速度函数的选取对于整个模型的动力学行为影响至关重要^[80]. 为此, 我们可以考虑使用其他分段非线性函数来模拟真实司机加减速过程. 其二, 为了清楚反应时滞这个参数诱导交通动力学行为, 我们可以加入司机对不同信号反应延迟不同的考虑, 而不是将其视为完全相同的时滞. 最后, 可以将时滞车辆跟驰模型推广到多车道相互耦合而且存在道路瓶颈的研究中来.

时滞车辆跟驰模型是一个由大量车辆组成的

富含参数的时滞耦合非线性动力系统,这意味着高余维分岔的存在,加上时滞耦合以及高维的特性,使得动力学行为的理论分析非常困难.但是如果只是使用数值方法来模拟研究,有时候很难解释模拟中出现的一些行为,比如双稳态^[70].所以必须运用适当的时滞微分方程理论分析方法^[81-84],帮助我们理解交通堵塞背后的各种非线性现象产生的内在机制.

交通拥堵的形成和演化机理,以及交通堵塞的分类等问题,至今仍然没有公认的看法^[85-87].基于此,我们希望从时滞动力系统的观点出发,选取时滞跟驰模型为研究对象,一方面从非线性动力学的观点,通过对反应时滞等其他模型参数平面内交通动力学行为分析,得到司机反应时滞等物理参数与不同交通流模型解的定量关系,进而可以深入理解时滞对交通堵塞的产生与演化的影响.另一方面,可以从同步的角度来细分模型参数平面上不同区域的交通模式,区分交通流模型中得到的各种模型解对应着何种类型的交通堵塞模式.最终实现同步观点下^[88]交通堵塞模式的一种分类方法,进而可以根据不同种类的交通堵塞模式为交通管理部门交通控制策略的制定提供理论依据^[89].

参考文献

- 1 Chowdhury D, Santen L, Schadschneider A. Statistical physics of vehicular traffic and some related systems. *Physics Reports*, 2000, 329: 199-329
- 2 Helbing D. Traffic and related self-driven many-particle systems. *Reviews of Modern Physics*, 2001, 73(4): 1067-1141
- 3 Bellomo N, Delitala M. On the mathematical theory of vehicular traffic flow I. Fluid dynamics and kinetic modeling. *Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*. 2002, 12 (12): 1801-1843
- 4 Shvetsov V I. Mathematical modeling of traffic flows. *Automation and Remote Control*, 2003, 64(11): 1651-1689
- 5 Nagatani T. The physics of traffic jams. *Reports on Progress in Physics*, 2002, 65: 1331-1386
- 6 Nagel K. Still following: Approaches to traffic flow and traffic jam modeling. *Operations Research*, 2003, 51(5): 685-710
- 7 Bando M, Hasebe K, Nakanishi K, et al. Delay of vehicle motion in traffic dynamics. *Japan J Indust Appl Math*, 2000, 17: 275-294
- 8 Green M. "How long does it take to stop?" methodological analysis of driver perception-brake times. *Transportation Human Factors*, 2000, 2 (3): 95-216
- 9 Mahmassani H. Transportation and Traffic Theory: Flow, Dynamics and Human Interaction. The Netherlands: Elsevier, 2005. 245-266
- 10 Sipahi R, Niculescu S I. Analytical stability study of a deterministic car following model under multiple delay interactions. At Invited Session Traffic Dynamics under Presence of Time Delays, IFAC Time Delay Systems Workshop, Italy, 2006
- 11 Sipahi R, Niculescu S I. Some remarks on the characterization of delay interactions in deterministic car following models, MTNS, Kyoto, Japan, 2006
- 12 Greenshields B D. Reaction time and automobile driving. *Journal of Applied Psychology*, 1936, 20:353- 358
- 13 Greenshields B D. Reaction time and traffic behavior. *Civil Engineering*, 1935, 7(6): 384- 386
- 14 Davis L C. Modifications of the optimal velocity traffic model to include delay due to driver reaction time. *Physica A*, 2003, 319: 557-567
- 15 Mehmood A, Easa S M. Modeling reaction time in car-following behaviour based on human factors. *International Journal of Applied Science, Engineering and Technology*, 2009, 5(2): 93-101
- 16 丹尼尔L. 鸠洛夫著, 蒋璠等译. 交通流理论. 北京: 人民交通出版社, 1983
- 17 张生瑞, 邵春福, 周伟. 交通流理论与方法. 北京: 中国铁道出版社, 2010
- 18 李力, 姜锐, 贾斌, 等. 现代交通流理论与应用, 卷I—高速公路交通流. 北京: 清华大学出版社, 2011
- 19 Rothery R E. Traffic Flow Theory, 2nd edn. Transportation Research Board Special Report 165. 1998
- 20 Subramanian H. Estimation of car following models. *Massachusetts Institute of Technology*, 1996. 1-93
- 21 Brackstone M, McDonald M. Car-following: A historical review. *Transportation Research Part F* 2, 1999, 2(4): 181-196
- 22 Hoogendoorn S P, Bovy P H L. State-of-the-art of vehicular traffic flow modelling. *Journal of Systems and Control Engineering*, 2001, 25(4): 283-304
- 23 金春霞, 王慧. 跟车模型及其稳定性分析综述. 交通运输系统工程与信息, 2001, 11(13):220-225
- 24 张智勇, 荣建, 任福田. 跟车模型研究综述. 公路交通科技, 2004, 21(4) :108-113
- 25 Tampère C. Human-kinetic multiclass trafficflow theory and modelling: With application to advanced driver assistance systems in Congestion. The Netherlands: Thesis Series, 2004
- 26 Toledo T. Driving behaviour: Models and challenges. *Transport Reviews*, 2007, 27(1): 65-84
- 27 Yanlin W, Tiejun W. Car-following models of vehicular traffic. *Journal of Zhejiang University Science*,2006, 3(4): 412-417
- 28 Baogui C, Zhaosheng Y. Car-following models study progress. In: Proceedings of the Second International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, 2009. 190-193
- 29 Atay F M. Complex Time Delay Systems. Berlin: Springer, 2010. 297-320
- 30 Pipes L A. An operational analysis of traffic dynamics. *Journal of Applied Physics*, 1953, 24(3): 274-281
- 31 Chandler R E, Herman R, Montroll E W. Traffic dynamics: Analysis of stability in car following. *Operations Research*, 1958, 7(1): 165-184
- 32 Gazis D C, Herman R, Rothery R W. Non-linear follow the leader models of traffic flow. *Operations Research*, 1961, 9: 545-567
- 33 Zhang X Y, David F J. Stability analysis of the classical car following model. *Transpn Res. B*,1997, 31(6): 441-462
- 34 Addison P S, Low D J. A novel nonlinear car following model. *Chaos*, 1998, 8(4): 791-799
- 35 Addison P S, Low D J. A nonlinear temporal headway model of traffic dynamics. *Nonlinear Dynamics*, 1998, 16: 127-151

- 36 凌代俭, 肖鹏. 一类非线性车辆跟驰模型的稳定性与分岔特性. *交通运输学报*, 2009, 7(4): 6-11
- 37 Gazis D C, Herman R, Potts R B. Car following theory of steady state traffic flow. *Operations Research*, 1959. 499-505
- 38 Edie L C. Car following and steady state theory for non-congested traffic. *Operations Research*, 1961, 9: 66-76
- 39 Aron M. Car following in an urban network: simulation and experiments. In Proceedings of Seminar D, 16th, PTRC Meeting, 1988. 27-39
- 40 Bando M, Hasebe K, Nakayama A. Dynamical model of traffic congestion and numerical simulation. *Phys. Rev. E*, 1995, 51: 1035-1042
- 41 Bando M, Hasebe K, Nakanishi K, et al. Analysis of optimal velocity model with explicit delay. *Phys Rev E*, 1998, 58: 5429-5435
- 42 Davis L C. Comment on "Analysis of optimal velocity model with explicit delay". *Phys Rev E*, 2002, 66: 038101
- 43 Orosz G, Wilson R E, Krauskopf B. Global bifurcation investigation of an optimal velocity traffic model with driver reaction time. *Phys Rev E*, 2004, 70 :026204
- 44 Orosz G, Wilson R E, Krauskopf B. Bifurcation and multiple traffic jams in a car-following model with reaction-time delay. *Physica D*, 2005, 211(3-4): 277-293
- 45 Orosz G, Stepan G. Hopf bifurcation calculations in delayed systems with translational symmetry. *J. Nonlinear Sci*, 2004, 14: 505-528
- 46 Orosz G, Stepan G. Subcritical Hopf bifurcations in a car-following model with reaction-time delay. *Proceedings of the Royal Society of London A*, 2006, 462(2073): 2643-2670
- 47 Orosz G, Krauskopf B, Wilson R E. Traffic jams dynamics in a car-following model with reaction-time delay and stochasticity of drivers. Sixth IFAC Workshop on Time-Delay Systems, P Pepe and A Germani eds, IFAC, 2006
- 48 Orosz G. Exciting traffic jams: Nonlinear phenomena behind traffic jam formation on highways. *Phys Rev E*, 2009, 80: 046205
- 49 Orosz G, Moehlis J, Bullo F. Robotic reactions: Delay-induced patterns in autonomous vehicle systems. *Phys. Rev. E*, 2010, 81: 025204
- 50 Orosz G, Moehlis J, Bullo F, et al. Dynamics of delayed car-following models: human vs. robotic drivers. ENOC 2011, Rome, Italy. 2011. 24-29
- 51 Engelborghs K, Luzyanina T, Roose D. Numerical bifurcation analysis of delay differential equations using DDE-BIFTOOL. *ACM Transactions on Mathematical Software*, 2002(2): 1-21
- 52 Roose D, Szalai R, In Numerical Continuation Methods for Dynamical Systems. Springer, New York, 2007. 359-399
- 53 Wagner P. Fluid-dynamical and microscopic description of traffic flow: A data-driven comparison. *Phil Trans R Soc A*, 2011(368): 4481-4495
- 54 Shamoto D, Tomoeda A, Nishi R, et al. Car-following model with relative-velocity effect and its experimental verification. *Phys Rev E* 2011, 83: 046105
- 55 Treiber M, Hennecke A, Helbing D. Congested traffic states in empirical observations and microscopic simulations. *Phys. Rev. E*, 2000, 62: 1805-1824
- 56 Treiber M, Kesting A, Helbing D. Delays, inaccuracies and anticipation in microscopic traffic models. *Physica A*, 2006, 360: 71-88
- 57 Kesting A, Treiber M, Helbing D. Enhanced intelligent driver model to access the impact of driving strategies on traffic capacity. *Phil Trans R Soc A*, 2010(368): 4585-4605
- 58 Konishi K, Kokame H, Hirata K. Decentralized delayed-feedback control of an optimal velocity traffic model. *The European Physical Journal B*, 2000, 15: 715-722
- 59 Herman R, Montroll E W, Potts R B, et al. Traffic dynamics: analysis of stability in car following. *Operations Research*, 1959, 7 (1): 86-106
- 60 Lenz H, Wagner C K, Sollacher R. Multi-anticipative car-following model. *The European Physical Journal B*, 1999, 7(2): 331-335
- 61 Sawada S. Nonlinear analysis of a differential-difference equation with next-nearest-neighbour interaction for traffic flow. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 2001, 34: 11253-11259
- 62 Ge H X, Dai S Q, Dong L Y, et al. Stabilization effect of traffic flow in an extended car-following model based on an intelligent transportation system application. *Phys. Rev. E*, 2004, 70: 066134
- 63 Wilson R E, Berg P, Hooper S, et al. Many-neighbour interaction and nonlocality in traffic models. *The European Physical Journal B*, 2004 39(3): 397-408
- 64 Lei Y, Zhongke S. Nonlinear analysis of an extended traffic flow model in ITS. *Chaos, Solitons and Fractals*, 2008, 36: 550-558
- 65 Newell G F. Nonlinear effects in the dynamics of car following. *Operations Research*, 1961. 207-229
- 66 Tomer E, Safonov L, Havlin S. Presence of many stable non-homogeneous states in an inertial car following model. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, 84: 382-385
- 67 Safonov L A, Tomer E. Multifractal chaotic attractors in a system of delay differential equations modeling road traffic. *Chaos*, 2002, 12(4): 1006-1014
- 68 刘力军, 王春玉, 贺国光. 交通流模型中分岔现象研究综述. *系统工程*, 2006, 24(8): 23-26
- 69 Orosz G, Wilson R E, Stepan G. Traffic jams: dynamics and control. *Phil Trans R Soc A*, 2010, (368): 4455-4479
- 70 Hermann M, Kerner B S. Local cluster effect in different traffic flow models. *Physica A*, 1998, 255: 163-188
- 71 Igarashi Y, Itoh K, Nakanishi K. Bifurcation phenomena in the optimal velocity model for traffic flow, *Phys Rev E*, 2001, 64:047102
- 72 Gasser I, Siritto G, Werner B. Bifurcation analysis of a class of "car following" traffic models. *Physica D*, 2004, 197: 222-241
- 73 Gasser I, Siritto G, Werner B. Car following traffic models II: Variable reaction times and aggressive drivers. *Bulletin of the Institute of Mathematics Academia Sinica (New Series)*, 2007, 2(2): 587-607
- 74 Gasser I, Werner B. Dynamical phenomena induced by bottleneck. *Phil Trans R soc A*, 2010, 368: 4543-4562
- 75 Sipahi R, Niculescu S I. Slow time-varying delay effects robust stability characterization of deterministic car following models. In: Proceedings of the 2006 IEEE, International Conference on Control Applications, Munich, Germany, 2006
- 76 Sasoh A. Impact of unsteady disturbance on multi-lane traffic flow. *J. Phys. Soc. Jpn.*, 2002, 71: 989-996
- 77 Jamison S, McCartney M. A vehicle overtaking model of traffic dynamics. *Chaos*, 2007, 17: 033116
- 78 Wilson R E. Mechanisms for spatio-temporal pattern formation in highway traffic models. *Phil Trans R Soc A*, 2008, 366: 2017-2032
- 79 Zhou J, Peng H. Range policy of adaptive cruise control vehicles for improved flow stability and string stability. *IEEE Trans Intell Transpor Syst*, 2005(6): 229-237

- 80 Batista M, Twedy E. Optimal velocity functions for car-following models. *J Zhejiang Univ-Sci A (Appl Phys & Eng)*, 2010, (7): 520-529
- 81 Faria T. Normal forms for retarded functional differential equations with parameters and applications to Hopf bifurcation, *Journal of Differential Equations*, 1995, 122: 181-200
- 82 Das S L, Chatterjee A. Multiple scales without center manifold reductions for delay differential equations near Hopf bifurcations, *Nonlinear Dynamics*, 2002, 30: 323-335
- 83 Nayfeh A, Order reduction of retarded nonlinear systems—the method of multiple scales versus center-manifold reduction. *Nonlinear Dynamics*, 2008, 51: 483-500
- 84 Xu J, Chung K W, Chan C L. A perturbation-incremental scheme for studying hopf bifurcation in delay differential systems, *Science in China Series E: Technological Sciences*, 2009, 3: 698-708
- 85 Schonhof M, Helbing D. Criticism of three-phase traffic theory. *Transportation Research Part B*, 2009, 43: 784-797
- 86 Kerner B S. Three-phase traffic theory and highway capacity. *Physica A*, 2004, 333:379-440
- 87 Kerner B S. Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control: The Long Road to Three-phase traffic theory. Springer, 2009
- 88 Boccaletti S, Kurthsc J, Osipovd G, etal. The synchronization of chaotic systems. *Physics Reports*, 2002, 366: 1-101
- 89 赵艳影, 徐鉴. 利用时滞反馈控制自参数振动系统的振动. *力学学报*, 2011, 43(5): 894-904

REVIEW OF TIME-DELAYED CAR FOLLOWING MODELS AND BIFURCATION PHENOMENA*

XU Jian[†] XU Ronggai

School of Aerospace Engineering and Applied Mechanics, Tongji University, Shanghai 200092, China

Abstract In car following theory of traffic dynamics, human drivers need a finite period of time to process stimuli of preceding vehicles and make a decision, which is attributed to human physiological factors. Since mechanical devices also need time for sensing, computing and actuating, time delay seems unavoidable even in autonomous cruise control systems. As a result time delays should be considered as an inherent factor in car following theories of traffic dynamics. One of the key problems in need of study is how time delays affect the traffic flow patterns and their evolutions. In this paper, time-delayed car following models which are continuous in both time and space are firstly surveyed. Then the progress in the dynamic behaviors based on bifurcation theory is reviewed. Defects of these models and the corresponding bifurcation research are pointed out in this summary. Finally we conclude that research on dynamic behaviors of time-delayed car following models with traffic flow parameters based on bifurcation theory are of great significance and necessity. By means of such research, the underlying mechanisms of traffic jam formation and evolution can be better understood. Traffic jam patterns can be categorized from a synchronization perspective through classifying dynamic behaviors in parameter plane, and hence, different traffic control strategies can be put forward by traffic management department based on the above jam patterns.

Keywords traffic flow, car following models, time delay, traffic jams, bifurcation



徐鉴, 男, 1961年12月生. 同济大学教授, 博士生导师, 同济大学航空航天与力学学院副院长, 同济大学航空航天与力学学院力学专业委员会主任, 1994年毕业于天津大学一般力学专业, 获工学博士学位. 1996年在北京航空航天大学力学博士后流动站完成第一站博士后研究工作, 1998年在华中理工大学力学博士后流动站完成第二站博士后研究工作. 国家杰出青年基金获得者、上海市领军人才和上海市优秀学科带头人, 兼任中国力学学会动力学与控制专业委员会主任, 上海力学学会秘书长、*Theoretical and Applied Mechanics Letters*、《力学季刊》和《动力学与控制学报》副主编.
主要研究方向: 非线性动力学, 振动抑制和利用, 神经及其网络动力学

* The project was supported by the State Key Program of National Natural Science Foundation of China(11032009), and the Fundamental Research Funds for the Central Universities and Shanghai Leading Academic Discipline Project(B302).

[†] E-mail: xujian@tongji.edu.cn



力学进展

ADVANCES IN MECHANICS

(总第 183 期)

第 43 卷第 1 期

2013 年 1 月 25 日

目次

结构和系统的动力学与控制专刊

序	陆启韶 张 伟 (1)
时滞动力系统的稳定性与分岔: 从理论走向应用	王在华 胡海岩 (3)
时滞反馈控制的若干问题	蔡国平 陈龙祥 (21)
时滞车辆跟驰模型及其分岔现象	徐 鉴 徐荣改 (29)
拟哈密顿系统非线性随机最优控制	朱位秋 应祖光 (39)
多自由度非线性随机系统的响应与稳定性	金肖玲 王 永 黄志龙 (56)
高维非线性系统的全局分岔和混沌动力学研究	张 伟 姚明辉 张君华 李双宝 (63)
胞映射方法的研究和进展	徐 伟 孙春燕 孙建桥 贺 群 (91)
非光滑多体系统动力学数值算法的研究进展	王 琪 庄方方 郭易圆 章 杰 房 杰 (101)
机械系统摩擦动力学的一些问题	丁 千 翟红梅 (112)
转子与定子碰摩的非线性动力学研究	江 俊 陈艳华 (132)
生物神经元系统同步转迁动力学问题	王青云 张红慧 (149)
具有刚-柔-液-控耦合的航天器动力学研究进展	岳宝增 宋小娟 (163)
绳系卫星在轨试验及地面物理仿真进展	陈 辉 文 浩 金栋平 胡海岩 (174)

· 封面图片说明 · 广义胞映射方法是研究确定性与随机动力系统的有力工具, 以往的一些改进方法在实际研究中仍存在一些不足, 主要是对动力系统流的全局演化信息反映的还不完整, 如与不稳定解(鞍)相关的不变流形的信息没有在图胞映射动力系统中得到反映. 作者对图胞映射方法进行了改进, 提出了图胞映射动力系统中状态空间的新型分类方法. 该方法通过引入新的概念, 解决了动力系统稳定流形和不稳定流形的图胞映射逼近问题. 详见徐伟、孙春燕、孙建桥、贺群文 p91.